# TUYỂN TẬP 200 BÀI TẬP LƯỢNG GIÁC CÓ LỜI GIẢI CHI TIẾT NĂM 2015

- ***Tài liệu được soạn theo nhu cầu của các bạn học sinh khối trường THPT (đặc biệt là khối 12).***
- ***Biên soạn theo cấu trúc câu hỏi trong đề thi tuyển sinh Đại học – Cao đẳng của Bộ GD&ĐT.***
- ***Tài liệu do tập thể tác giả biên soạn:***



1. ***Cao Văn Tú – CN.Mảng Toán – Khoa CNTT – Trường ĐH CNTT&TT Thái Nguyên (Chủ biên)***
2. ***Cô Trần Thị Ngọc Loan – CLB Gia Sư Thái Nguyên(Đồng chủ biên).***
3. ***Thầy Vũ Khắc Mạnh – CLB Gia sư Bắc Giang (Tư vấn).***
4. ***Nguyễn Thị Kiều Trang – SV Khoa Toán – Trường ĐHSP Thái Nguyên.***
5. ***Nguyễn Trường Giang – Khoa CNTT – Trường ĐH CNTT&TT Thái Nguyên.***
6. ***Lý Thị Thanh Nga – SVNC – Khoa Toán – Trường ĐH SP Thái Nguyên.***
7. ***Ngô Thị Lý – Khoa CNTT – Trường ĐH CNTT&TT Thái Nguyên.***



- 
- 
- ***Tài liệu đã được bổ sung và chỉnh lý lần thứ 2.***

**Tuy nhóm Biên soạn đã cố gắng hết sức nhưng cũng không thể tránh khỏi sự sai xót nhất định.**

**Rất mong các bạn có thể phản hồi những chỗ sai xót về địa chỉ email:**
**caotua5lg3@gmail.com !**

**Xin chân thành cám ơn!!!**

***Chúc các bạn học tập và ôn thi thật tốt!!!***

***Thái Nguyên, tháng 07 năm 2014***

***Trưởng nhóm Biên soạn***

***Cao Văn Tú***

**Bài 1:** Giải phương trình : $\sin^2 x + \sin 2x + 2\cos^2 x = 2$

**Giải**

$\sin^2 x + \sin 2x + 2\cos^2 x = 2$

$\Leftrightarrow$ sinx ( 2 cosx – sinx ) = 0 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \tan x = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \arctan 2 + k\pi \end{array}\right.$

**Bài 2:** Giải phương trình : $\cos 2x + 3\sin x - 2 = 0$

**Giải**

$\Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 1 \\ \sin x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \ ,k \in \mathbb{Z} \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$$

**Bài 3:** Giải phương trình : $\sqrt{3}\sin x + \cos x = \sqrt{2}$

**Giải**

$$\sqrt{3}\sin x + \cos x = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin x \cos\frac{\pi}{6} + \cos x \sin\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin(x + \frac{\pi}{6}) = \sin\frac{\pi}{4}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x + \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \dfrac{7\pi}{12} + k2\pi \end{array}\right. ,k \in \mathbb{Z}$$

**Bài 4:** Giải phương trình : $\sqrt{3}\sin x - \cos x = \sqrt{2}$

**Giải**

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\frac{1}{2}\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin x\cos\frac{\pi}{6}-\cos x\sin\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow \sin(x-\frac{\pi}{6})=\sin\frac{\pi}{4}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{4}+k2 \\ x-\frac{\pi}{6}=\frac{3\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{5\pi}{12}+k2\pi \\ x=\frac{11\pi}{12}+k2\pi \end{array}\right. ,k\in\mathbb{Z}$$

**Bài 5:** Giải phương trình : $2\sin^2 x+3\sin x\cos x-5\cos^2 x=0$

**Giải**

$$\Leftrightarrow 2\tan^2 x+3\tan x-5=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan x=1 \\ \tan x=-\frac{5}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\arctan(-\frac{5}{2})+k\pi \end{array}\right. ,k\in\mathbb{Z}$$

**Bài 6:** Giải phương trình : $3(\sin 5x-\cos x)=4(\sin x+\cos 5x)$

**Giải**

$$\Leftrightarrow 3\sin 5x-4\cos 5x=4\sin x+3\cos x$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{5}\sin 5x-\frac{4}{5}\cos 5x=\frac{4}{5}\sin x+\frac{3}{5}\cos x$$

$$\Leftrightarrow \sin 5x\cos\alpha-\cos 5x\sin\alpha=\sin x\sin\alpha+\cos x\cos\alpha,\ (\frac{3}{5}=\cos\alpha,\frac{4}{5}=\sin\alpha)$$

$$\Leftrightarrow \sin(5x-\alpha)=\cos(x-\alpha)\ \Leftrightarrow \sin(5x-\alpha)=\sin(\frac{\pi}{2}-x+\alpha)$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5x-\alpha=\frac{\pi}{2}-x+\alpha+k2\pi \\ 5x-\alpha=\pi-\frac{\pi}{2}+x-\alpha+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{12}+\frac{\alpha}{3}+k\frac{\pi}{3} \\ x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2} \end{array}\right.$$

**Bài 7:** Giải phương trình : $3\sin 3x-\sqrt{3}\cos 9x=1+4\sin^3 3x$



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

**Giải**

$\Leftrightarrow (3\sin 3x - 4\sin^3 3x) - \sqrt{3}\cos 9x = 1$

$$\Leftrightarrow \sin 9x - \sqrt{3}\cos 9x = 1 \Leftrightarrow \sin(9x - \frac{\pi}{3}) = \sin\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{9} \\ x = \frac{7\pi}{54} + k\frac{2\pi}{9} \end{array}\right.$$

**Bài 8:** Giải phương trình : $\tan x - \sin 2x - \cos 2x + 2(2\cos x - \frac{1}{\cos x}) = 0$

**Giải**

Điều kiện: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{\sin x}{\cos x} - \sin 2x - \cos 2x + 4\cos x - \frac{2}{\cos x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x - 2\sin x\cos^2 x - \cos 2x\cos x + 2(2\cos^2 x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x(1 - 2\cos^2 x) - \cos 2x\cos x + 2\cos 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow -\sin x\cos 2x - \cos 2x\cos x + 2\cos 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x(\sin x + \cos x - 2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x = 0 \\ \sin x + \cos x = 2 (vn) \end{array}\right. \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$$

**Bài 9:** Giải phương trình : $8\sin x = \frac{\sqrt{3}}{\cos x} + \frac{1}{\sin x}$

**Giải**

Điều kiện: $\sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}$

$$(*) \Leftrightarrow 8\sin^2 x\cos x = \sqrt{3}\sin x + \cos x \Leftrightarrow 4(1 - \cos 2x)\cos x = \sqrt{3}\sin x + \cos x$$

$$\Leftrightarrow -4\cos 2x\cos x = \sqrt{3}\sin x - 3\cos x \Leftrightarrow -2(\cos 3x + \cos x) = \sqrt{3}\sin x - 3\cos x$$



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

$$\Leftrightarrow \cos 3x = \frac{1}{2}\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x \Leftrightarrow \cos 3x = \cos(x + \frac{\pi}{3}) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \end{array}\right.$$

**C2** (*) $\Leftrightarrow 8\sin^2 x\cos x = \sqrt{3}\sin x + \cos x \Leftrightarrow 8(1-\cos^2 x)\cos x = \sqrt{3}\sin x + \cos x$

$$\Leftrightarrow 8\cos x - 8\cos^3 x = \sqrt{3}\sin x - 3\cos x \Leftrightarrow 6\cos x - 8\cos^3 x = \sqrt{3}\sin x - \cos x$$

$$\Leftrightarrow 4\cos^3 x - 3\cos x = \frac{1}{2}\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x \Leftrightarrow \cos 3x = \cos(x + \frac{\pi}{3})$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \end{array}\right..$$

**Bài 10:** Giải phương trình : $9\sin x + 6\cos x - 3\sin 2x + \cos 2x = 8$

**Giải**

$$\Leftrightarrow 6\sin x\cos x - 6\cos x + 2\sin^2 x - 9\sin x + 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6\cos x(\sin x - 1) + (\sin x - 1)(2\sin x - 7) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sin x - 1)(6\cos x + 2\sin x - 7) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 1 \\ 6\cos x + 2\sin x = 7 \end{array}\right. \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$$

**Bài 11:** Giải phương trình : $\sin 2x + 2\cos 2x = 1 + \sin x - 4\cos x$

**Giải**

$$\Leftrightarrow 2\sin x\cos x + 2(2\cos^2 x - 1) - 1 - \sin x + 4\cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x(2\cos x - 1) + 4\cos^2 x + 4\cos x - 3 = 0$$

**Bài 12:** Giải phương trình : $2\sin 2x - \cos 2x = 7\sin x + 2\cos x - 4$

**Giải**

$$\Leftrightarrow 4\sin x\cos x - (1 - 2\sin^2 x) - 7\sin x - 2\cos x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos x(2\sin x - 1) + (2\sin^2 x - 7\sin x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos x(2\sin x - 1) + (2\sin x - 1)(\sin x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\sin x - 1)(2\cos x + \sin x - 3) = 0$$



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\sin x - 1 = 0 \\ 2\cos x + \sin x = 3,(vn) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$$

**Bài 13:** Giải phương trình : $\sin 2x - \cos 2x = 3\sin x + \cos x - 2$

**Giải**

$$\Leftrightarrow 2\sin x\cos x - (1 - 2\sin^2 x) - 3\sin x - \cos x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\sin x\cos x - \cos x) + (2\sin^2 x - 3\sin x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x(2\sin x - 1) + (2\sin x - 1)(\sin x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\sin x - 1)(\cos x + \sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\sin x = 1 \\ \cos x + \sin x = 1 \end{array}\right.$$

$$+2\sin x = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$$

$$+\cos x + \sin x = 1 \Leftrightarrow \cos(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right.$$

**Bài 14:** Giải phương trình : $(\sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x)^2 - 5 = \cos(2x - \frac{\pi}{6})$

**Giải**

Ta có: $\sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x = 2(\frac{1}{2}\sin 2x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x) = 2\cos(2x - \frac{\pi}{6})$

Đặt: $t = \sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x, -2 \le t \le 2$

Phương trình trở thành: $t^2 - 5 = \frac{t}{2} \Leftrightarrow 2t^2 - t - 10 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -2 \\ t = \dfrac{5}{2} \end{array}\right.$

$+t = \frac{5}{2}$ :loại



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

$+t=-2: 2\cos(2x-\frac{\pi}{6})=-2 \Leftrightarrow x=\frac{7\pi}{12}+k\pi$

**Bài 15:** Giải phương trình : $2\cos^3 x+\cos 2x+\sin x=0$

**Giải**

$\Leftrightarrow 2\cos^2 x(\cos x+1)-(1-\sin x)=0 \Leftrightarrow 2(1-\sin^2 x)(\cos x+1)-(1-\sin x)=0$

$\Leftrightarrow 2(1-\sin x)(1+\sin x)(\cos x+1)-(1-\sin x)=0$

$\Leftrightarrow (1-\sin x)[2(1+\sin x)(\cos x+1)-1]=0$

$\Leftrightarrow (1-\sin x)[1+2\sin x\cos x+2(\sin x+\cos x)]=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x=1 \\ 1+2\sin x\cos x+2(\sin x+\cos x)=0 \end{array}\right.$

$+\sin x=1 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$

$+1+2\sin x\cos x+2(\sin x+\cos x)=0 \Leftrightarrow (\sin x+\cos x)^2+2(\sin x+\cos x)=0$

$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)(\sin x+\cos x+2)=0 \Leftrightarrow \sin x+\cos x=0$

$\Leftrightarrow \tan x=-1 \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{4}+k\pi$

**Bài 16:** Giải phương trình : $1+\cot 2x=\frac{1-\cos 2x}{\sin^2 2x}$.

**Giải**

Điều kiện: $\sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}$

$(*) \Leftrightarrow 1+\cot 2x=\frac{1-\cos 2x}{1-\cos^2 2x} \Leftrightarrow 1+\cot 2x=\frac{1}{1+\cos 2x} \Leftrightarrow 1+\frac{\cos 2x}{\sin 2x}=\frac{1}{1+\cos 2x}$

$\Leftrightarrow \sin 2x(1+\cos 2x)+\cos 2x(1+\cos 2x)=\sin 2x$

$\Leftrightarrow \sin 2x\cos 2x+\cos 2x(1+\cos 2x)=0 \Leftrightarrow \cos 2x(\sin 2x+\cos 2x+1)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x=0 \\ \sin 2x+\cos 2x=-1 \end{array}\right.$

$+\cos 2x=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$

$+\sin 2x+\cos 2x=-1 \Leftrightarrow \sin(2x+\frac{\pi}{4})=\sin(-\frac{\pi}{4}) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{2}+k\pi \end{array}\right.$

Vậy,phương trình có nghiệm: $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$

**Bài 17:** Giải phương trình : $4(\sin^4 x+\cos^4 x)+\sqrt{3}\sin 4x=2$

**Giải**

$\Leftrightarrow 4[(\sin^2 x+\cos^2 x)^2-2\sin^2 x\cos^2 x]+\sqrt{3}\sin 4x=2$

$$\Leftrightarrow 4(1-\frac{1}{2}\sin^2 2x)+\sqrt{3}\sin 4x=2 \Leftrightarrow \cos 4x+\sqrt{3}\sin 4x=-2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2} \\ x=-\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{2} \end{array}\right.$$

**Bài 18:** Giải phương trình : $1+\sin^3 2x+\cos^3 2x=\frac{1}{2}\sin 4x$.

**Giải**

$\Leftrightarrow 2-\sin 4x+2(\sin 2x+\cos 2x)(1-\sin 2x\cos 2x)=0$

$$\Leftrightarrow (2-\sin 4x)+(\sin 2x+\cos 2x)(2-\sin 4x)=0$$

$$\Leftrightarrow (2-\sin 4x)(\sin 2x+\cos 2x+1)=0 \Leftrightarrow \sin 2x+\cos 2x=-1$$

$$\Leftrightarrow \sin(2x+\frac{\pi}{4})=-\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{2}+k\pi \end{array}\right.$$

**Bài 19:** Giải phương trình : $\tan x-3\cot x=4(\sin x+\sqrt{3}\cos x)$

**Giải**

Điều kiện: $\sin 2x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq k\frac{\pi}{2}$

$$(*)\Leftrightarrow \frac{\sin x}{\cos x}-3\frac{\cos x}{\sin x}=4(\sin x+\sqrt{3}\cos x)$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x-3\cos^2 x-4\sin x\cos x(\sin x+\sqrt{3}\cos x)=0$$

$$\Leftrightarrow (\sin x-\sqrt{3}\cos x)(\sin x+\sqrt{3}\cos x)-4\sin x\cos x(\sin x+\sqrt{3}\cos x)=0$$



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

$$\Leftrightarrow (\sin x+\sqrt{3}\cos x)(\sin x-\sqrt{3}\cos x-4\sin x\cos x)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x+\sqrt{3}\cos x=0 \\ \sin x-\sqrt{3}\cos x-4\sin x\cos x=0 \end{array}\right.$$

$$+\sin x+\sqrt{3}\cos x=0\Leftrightarrow \tan x=-\sqrt{3}\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{3}+k\pi$$

$$+\sin x-\sqrt{3}\cos x-4\sin x\cos x=0\Leftrightarrow 2\sin 2x=\sin x-\sqrt{3}\cos x$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x=\frac{1}{2}\sin x-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x\Leftrightarrow \sin 2x=\sin(x-\frac{\pi}{3})\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\frac{4\pi}{9}+k\frac{2\pi}{3} \end{array}\right.$$

Vậy,phương trình có nghiệm là: $x=-\frac{\pi}{3}+k\pi;\ x=\frac{4\pi}{9}+k\frac{2\pi}{3}$

**Bài 20:** Giải phương trình : $\sin^3 x+\cos^3 x=\sin x-\cos x$

**Giải**

$$\Leftrightarrow \sin x(\sin^2 x-1)+\cos^3 x+\cos x=0$$

$$\Leftrightarrow -\sin x\cos^2 x+\cos^3 x+\cos x=0\Leftrightarrow \cos x(-\sin x\cos x+\cos^2 x+1)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x=0 \\ -\sin x\cos x+\cos^2 x=-1 \end{array}\right.$$

$$+\cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi$$

$$+-\sin x\cos x+\cos^2 x=-1\Leftrightarrow -\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{1+\cos 2x}{2}=-1\Leftrightarrow \sin 2x-\cos 2x=3,(vn)$$

Vậy,phương trình có nghiệm là: $x=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$

**Bài 21:** Giải phương trình : $\cos^4 x+\sin^4(x+\frac{\pi}{4})=\frac{1}{4}$

**Giải**

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}(1+\cos 2x)^2+\frac{1}{4}[1-\cos(2x+\frac{\pi}{2})]^2=\frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow (1+\cos 2x)^2+(1+\sin 2x)^2=1\Leftrightarrow \sin 2x+\cos 2x=-1$$



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

$$\Leftrightarrow \cos(2x-\frac{\pi}{4})=\cos\frac{3\pi}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{4}+k\pi \end{array}\right.$$

**Bài 22:** Giải phương trình : $4\sin^3 x\cos 3x+4\cos^3 x\sin 3x+3\sqrt{3}\cos 4x=3$

**Giải**

$$\Leftrightarrow 4\sin^3 x(4\cos^3 x-3\cos x)+4\cos^3 x(3\sin x-4\sin^3 x)+3\sqrt{3}\cos 4x=3$$

$$\Leftrightarrow -12\sin^3 x\cos x+12\cos^3 x\sin x+3\sqrt{3}\cos 4x=3$$

$$\Leftrightarrow 4\sin x\cos x(\cos^2 x-\sin^2 x)+\sqrt{3}\cos 4x=1$$

$$\Leftrightarrow 2\sin 2x\cos 2x+\sqrt{3}\cos 4x=1 \Leftrightarrow \sin 4x+\sqrt{3}\cos 4x=1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin 4x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 4x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin(4x+\frac{\pi}{3})=\sin\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{24}+k\frac{\pi}{2} \\ x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$$

**Bài 23:** Cho phương trình: $2\sin^2 x-\sin x\cos x-\cos^2 x=m$ (*)

a.Tìm m sao cho phương trình có nghiệm.

b.Giải phương trình khi m = -1.

**Giải**

$$(*) \Leftrightarrow (1-\cos 2x)-\frac{1}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}(1+\cos 2x)=m \Leftrightarrow \sin 2x+3\cos 2x=-2m+1$$

a. (*)có nghiệm khi: $c^2\le a^2+b^2 \Leftrightarrow (1-2m)^2\le 1+9 \Leftrightarrow 4m^2-4m-9\le 0$

$$\Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{10}}{2}\le m\le\frac{1+\sqrt{10}}{2}$$

b.Khi m = -1 phương trình trở thành:

$$\sin 2x+3\cos 2x=3 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{10}}\sin 2x+\frac{3}{\sqrt{10}}\cos 2x=\frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x\cos\alpha+\cos 2x\sin\alpha=\sin\alpha, (\frac{1}{\sqrt{10}}=\cos\alpha, \frac{3}{\sqrt{10}}=\sin\alpha)$$

$$\Leftrightarrow \sin(2x+\alpha)=\sin\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+\alpha=\alpha+k2\pi \\ 2x+\alpha=\pi-\alpha+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\frac{\pi}{2}-\alpha+k\pi \end{array}\right.$$

**Bài 24:** Cho phương trình: $\dfrac{5+4\sin(\frac{3\pi}{2}-x)}{\sin x}=\dfrac{6\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha}$ (*)

a.Giải phương trình khi $\alpha=-\dfrac{\pi}{4}$

b.Tìm để phương trình (*) có nghiệm

**Giải**

Ta có: $\sin(\frac{3\pi}{2}-x)=-\sin(\frac{\pi}{2}-x)=-\cos x$

$$\frac{6\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha}=6\tan\alpha\cos^2\alpha=3\sin 2\alpha,\cos\alpha\neq 0$$

$$(*)\Leftrightarrow\frac{5-4\cos x}{\sin x}=3\sin 2\alpha\Leftrightarrow 3\sin 2\alpha\sin x+4\cos x=5\quad (**)$$

a. khi $\alpha=-\dfrac{\pi}{4}$ phương trình trở thành:

$$3\sin x-4\cos x=-5\Leftrightarrow\frac{3}{5}\sin x-\frac{4}{5}\cos x=-1$$

$$\Leftrightarrow\sin x\cos\alpha-\cos x\sin\alpha=-1,(\frac{3}{5}=\cos\alpha,\frac{4}{5}=\sin\alpha)$$

$$\Leftrightarrow\sin(x-\alpha)=-1\Leftrightarrow x=\alpha-\frac{\pi}{2}+k2\pi$$

b.Phương trình có nghiệm khi:

$$\begin{cases}\cos\alpha\neq 0\\(3\sin 2\alpha)^2+16\geq 25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\cos\alpha\neq 0\\\sin^2 2\alpha\geq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\cos\alpha\neq 0\\\sin^2 2\alpha=1\end{cases}\Leftrightarrow\cos 2\alpha=0\Leftrightarrow\alpha=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$$

**Bài 25:** Giải phương trình : $5(\sin x+\dfrac{\cos 3x+\sin 3x}{1+2\sin 2x})=3+\cos 2x$

**Giải**

Điều kiện: $\sin 2x\neq-\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\neq-\dfrac{\pi}{12}+k\pi\\x\neq\dfrac{7\pi}{12}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$

Ta có: $5(\sin x+\dfrac{\cos 3x+\sin 3x}{1+2\sin 2x})=5\dfrac{\sin x+2\sin 2x\sin x+\cos 3x+\sin 3x}{1+2\sin 2x}$



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

$$=5\frac{\sin x+\cos x-\cos 3x+\cos 3x+\sin 3x}{1+2\sin 2x}$$

$$=5\frac{(\sin 3x+\sin x)+\cos x}{1+2\sin 2x}=5\frac{2\sin 2x\cos x+\cos x}{1+2\sin 2x}$$

$$=5\frac{(2\sin x+1)\cos x}{1+2\sin 2x}=5\cos x$$

$$(1)\Leftrightarrow 5\cos x=\cos 2x+3\Leftrightarrow 2\cos^2 x-5\cos x+2=0$$

$$\Leftrightarrow \cos x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$$

**Bài 26:** Giải phương trình : $\cos^2 3x\cos 2x-\cos^2 x=0$

**Giải**

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(1+\cos 6x)\cos 2x-\frac{1}{2}(1+\cos 2x)=0$$

$$\Leftrightarrow \cos 6x\cos 2x-1=0 \quad (*)$$

***Cách 1:*** $(*)\Leftrightarrow(4\cos^3 2x-3\cos 2x)\cos 2x-1=0\Leftrightarrow 4\cos^4 2x-2\cos^2 2x-1=0$

$$\Leftrightarrow \cos^2 2x=1\Leftrightarrow \sin 2x=0\Leftrightarrow x=k\frac{\pi}{2}$$

***Cách 2:*** $(*)\Leftrightarrow\frac{1}{2}(\cos 8x+\cos 4x)-1=0\Leftrightarrow \cos 8x+\cos 4x-2=0$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 4x+\cos 4x-3=0\Leftrightarrow \cos 4x=1\Leftrightarrow x=k\frac{\pi}{2}$$

***Cách 3:*** $(*)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos 6x=\cos 2x=1\\ \cos 6x=\cos 2x=-1\end{array}\right.$

***Cách 4:*** $(*)\Leftrightarrow\frac{1}{2}(\cos 8x+\cos 4x)-1=0\Leftrightarrow \cos 8x+\cos 4x=2$

$$\Leftrightarrow \cos 8x=\cos 4x=1$$

**Bài 26:** Giải phương trình : $\cos^4 x+\sin^4 x+\cos(x-\frac{\pi}{4})\sin(3x-\frac{\pi}{4})-\frac{3}{2}=0$

**Giải**

$$\Leftrightarrow(\sin^2 x+\cos^2 x)^2-2\sin^2 x\cos^2 x+\frac{1}{2}[\sin(4x-\frac{\pi}{2})+\sin 2x]-\frac{3}{2}=0$$



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

$$\Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}\sin^2 2x+\frac{1}{2}(-\cos 4x+\sin 2x)-\frac{3}{2}=0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}\sin^2 2x-\frac{1}{2}(1-2\sin^2 2x)+\frac{1}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}=0$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 2x+\sin 2x-2=0 \Leftrightarrow \sin 2x=1 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi$$

**Bài 27:** Giải phương trình : $5\sin x-2=3(1-\sin x)\tan^2 x$

**Giải**

Điều kiện: $\cos x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq \frac{\pi}{2}+k\pi$

$$(1)\Leftrightarrow 5\sin x-2=3(1-\sin x)\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \Leftrightarrow 5\sin x-2=3(1-\sin x)\frac{\sin^2 x}{1-\sin^2 x}$$

$$\Leftrightarrow 5\sin x-2=\frac{3\sin^2 x}{1+\sin x} \Leftrightarrow 2\sin^2 x+3\sin x-2=0 \Leftrightarrow \sin x=\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.$$

**Bài 28:** Giải phương trình : $2\sin 3x-\frac{1}{\sin x}=2\cos 3x+\frac{1}{\cos x}$.

**Giải**

Điều kiện: $\sin 2x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq k\frac{\pi}{2}$

$$(*)\Leftrightarrow 2(\sin 3x-\cos 3x)=\frac{1}{\sin x}+\frac{1}{\cos x}$$

$$\Leftrightarrow 2[3(\sin x+\cos x)-4(\sin^3 x+\cos^3 x]=\frac{1}{\sin x}+\frac{1}{\cos x}$$

$$\Leftrightarrow 2(\sin x+\cos x)[3-4(\sin^2 x-\sin x\cos x+\cos^2 x)]=\frac{\sin x+\cos x}{\sin x\cos x}$$

$$\Leftrightarrow 2(\sin x+\cos x)(-1+4\sin x\cos x)-\frac{\sin x+\cos x}{\sin x\cos x}=0$$

$$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)(-2+8\sin x\cos x-\frac{1}{\sin x\cos x})=0$$



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email:** caotua5lg3@gmail.com

$$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)(4\sin 2x-\frac{2}{\sin 2x}-2)=0$$

$$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)(4\sin^2 2x-2\sin 2x-2)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x+\cos x=0 \\ 4\sin^2 2x-2\sin 2x-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan x=-1 \\ \sin 2x=1 \\ \sin 2x=-1/2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=-\frac{\pi}{12}+k\pi \\ x=\frac{7\pi}{12}+k\pi \end{array}\right.$$

**Bài 29:** Giải phương trình : $\frac{\cos x(2\sin x+3\sqrt{2})-2\cos^2 x-1}{1+\sin 2x}=1$ (*)

**Giải**

Điều kiện: $\sin 2x\neq -1\Leftrightarrow x\neq -\frac{\pi}{4}+k\pi$

$$(*)\Leftrightarrow 2\sin x\cos x+3\sqrt{2}\cos x-2\cos^2 x-1=1+\sin 2x$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 x-3\sqrt{2}\cos x+2=0 \Leftrightarrow \cos x=\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi$$

Đối chiếu điều kiện phương trình có nghiệm: $x=\frac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

**Bài 30:** Giải phương trình : $\cos x\cos\frac{x}{2}\cos\frac{3x}{2}-\sin x\sin\frac{x}{2}\sin\frac{3x}{2}=\frac{1}{2}$

**Giải**

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cos x(\cos 2x+\cos x)+\frac{1}{2}\sin x(\cos 2x-\cos x)=\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos x\cos 2x+\cos^2 x+\sin x\cos 2x-\sin x\cos x=1$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x(\sin x+\cos x)+1-\sin^2 x-\sin x\cos x-1=0$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x(\sin x+\cos x)-\sin x(\sin x+\cos x)=0$$

$$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)(\cos 2x-\sin x)=0$$

$$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)(-2\sin^2 x-\sin x+1)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x+\cos x=0 \\ 2\sin^2 x+\sin x-1=0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan x = -1 \\ \sin x = -1 \\ \sin x = 1/2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \vee x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$$

**Bài 31:** Giải phương trình : $4\cos^3 x + 3\sqrt{2}\sin 2x = 8\cos x$

**Giải**

$$\Leftrightarrow 4\cos^3 x + 6\sqrt{2}\sin x\cos x - 8\cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos x(2\cos^2 x + 3\sqrt{2}\sin x - 4) = 0 \Leftrightarrow 2\cos x(2\sin^2 x - 3\sqrt{2}\sin x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$$

**Bài 32:** Giải phương trình : $\cos(2x + \frac{\pi}{4}) + \cos(2x - \frac{\pi}{4}) + 4\sin x = 2 + \sqrt{2}(1 - \sin x)$

**Giải**

$$\Leftrightarrow 2\cos 2x\cos\frac{\pi}{4} + 4\sin x - 2 - \sqrt{2} + \sqrt{2}\sin x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}(1 - 2\sin^2 x) + 4\sin x - 2 - \sqrt{2} + \sqrt{2}\sin x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{2}\sin^2 x - (4 + \sqrt{2})\sin x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$$

**Bài 33:** Giải phương trình : $3\cot^2 x + 2\sqrt{2}\sin^2 x = (2 + 3\sqrt{2})\cos x$ (1)

**Giải**

Điều kiện: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi$

$$(1) \Leftrightarrow 3\frac{\cos^2 x}{\sin^4 x} + 2\sqrt{2} = (2+3\sqrt{2})\frac{\cos x}{\sin^2 x}$$

Đặt: $t = \dfrac{\cos x}{\sin^2 x}$ phương trình trở thành: $3t^2 - (2+3\sqrt{2})t + 2\sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \sqrt{2} \\ t = \dfrac{2}{3} \end{array}\right.$

$+t = \dfrac{2}{3}: \dfrac{\cos x}{\sin^2 x} = \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow 3\cos x = 2(1-\cos^2 x) \Leftrightarrow 2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$$

$+t = \sqrt{2}: \dfrac{\cos x}{\sin^2 x} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \cos x = \sqrt{2}(1-\cos^2 x) \Leftrightarrow \sqrt{2}\cos^2 x + \cos x - \sqrt{2} = 0$

$$\Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{4} + k2\pi$$

Vậy,phương trình có nghiệm: $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi, x = \pm\dfrac{\pi}{4} + k2\pi$

**Bài 34:** Giải phương trình : $\dfrac{4\sin^2 2x + 6\sin^2 x - 9 - 3\cos 2x}{\cos x} = 0$ (*)

**Giải**

Điều kiện: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$

$$(*) \Leftrightarrow 4(1-\cos^2 2x) + 3(1-\cos 2x) - 9 - 3\cos x = 0 \Leftrightarrow 4\cos^2 2x + 6\cos x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x = -1 \\ \cos 2x = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right.$$

Vậy,phương trình có nghiệm: $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k\pi$

**Bài 35:** Giải phương trình : $\cos x + \cos 3x + 2\cos 5x = 0$

**Giải**

$\Leftrightarrow (\cos 5x + \cos x) + (\cos 5x + \cos 3x) = 0$



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

$\Leftrightarrow 2\cos 3x\cos 2x+2\cos 4x\cos x=0$

$\Leftrightarrow (4\cos^3 x-3\cos x)\cos 2x+(2\cos^2 2x-1)\cos x=0$

$\Leftrightarrow \cos x[(4\cos^2 x-3)\cos 2x+2\cos^2 2x-1]=0$

$\Leftrightarrow \cos x\{[2(1+\cos 2x)-3]\cos 2x+2\cos^2 2x-1\}=0$

$\Leftrightarrow \cos x(4\cos^2 2x-\cos 2x-1)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x=0 \\ \cos x=\dfrac{1-\sqrt{17}}{8} \\ \cos x=\dfrac{1+\sqrt{17}}{8} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi \\ x=\pm\arccos\dfrac{1-\sqrt{17}}{8}+k2\pi \\ x=\pm\arccos\dfrac{1+\sqrt{17}}{8}+k2\pi \end{array}\right.$$

**Bài 36:** Giải phương trình : $\sin^8 x+\cos^8 x=\dfrac{17}{16}\cos^2 2x$ (*)

**Giải**

$$\sin^8 x+\cos^8 x=(\sin^4 x+\cos^4 x)^2-2\sin^4 x\cos^4 x$$

$$=[(\sin^2 x+\cos^2 x)^2-2\sin^2 x\cos^2 x)]^2-\frac{1}{8}\sin^4 2x$$

$$=(1-\frac{1}{2}\sin^2 2x)^2-\frac{1}{8}\sin^4 2x =1-\sin^2 2x+\frac{1}{8}\sin^4 2x$$

$$(*)\Leftrightarrow 16(1-\sin^2 2x+\frac{1}{8}\sin^4 2x)=17(1-\sin^2 2x) \Leftrightarrow 2\sin^4 2x+\sin^2 2x-1=0$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 2x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow 1-2\sin^2 2x=0 \Leftrightarrow \cos 4x=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4}$$

**Bài 37:** Giải phương trình : $\sin\dfrac{5x}{2}=5\cos^3 x\sin\dfrac{x}{2}$ (*)

**Giải**

Ta thấy: $\cos\dfrac{x}{2}=0\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi\Leftrightarrow \cos x=-1$

Thay vào phương trình (*) ta được:

$\sin(\dfrac{5\pi}{2}+5k\pi)=-\sin(\dfrac{\pi}{2}+k\pi)$ không thỏa mãn với mọi k



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

Do đó $\cos\frac{x}{2}$ không là nghiệm của phương trình nên:

$$(*) \Leftrightarrow \sin\frac{5x}{2}\cos\frac{x}{2} = 5\cos^3 x\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}(\sin 3x + \sin 2x) = \frac{5}{2}\cos^3 x\sin x$$

$$\Leftrightarrow 3\sin x - 4\sin^3 x + 2\sin x\cos x - 5\cos^3 x\sin x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x(3 - 4\sin^2 x + 2\cos x - 5\cos^3 x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x(5\cos^3 x - 4\cos^2 x - 2\cos x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \cos x = 1 \\ \cos x = \frac{-1+\sqrt{21}}{10} \\ \cos x = \frac{-1-\sqrt{21}}{10} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = k2\pi \\ x = \pm\arccos\frac{-1+\sqrt{21}}{10} + k2\pi \\ x = \pm\arccos\frac{-1-\sqrt{21}}{10} + k2\pi \end{array}\right.$$

Vậy,phương trình có nghiệm: $x = k2\pi, x = \pm\arccos\frac{-1+\sqrt{21}}{10} + k2\pi$

$$x = \pm\arccos\frac{-1-\sqrt{21}}{10} + k2\pi$$

**Bài 38:** Giải phương trình : $\sin 2x(\cot x + \tan 2x) = 4\cos^2 x$ (1)

**Giải**

Điều kiện: $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}$

Ta có: $\cot x + \tan 2x = \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{\cos 2x\cos x + \sin 2x\sin x}{\sin x\cos 2x} = \frac{\cos x}{\sin x\cos 2x}$

$$(1) \Leftrightarrow 2\sin x\cos x\frac{\cos x}{\sin x\cos 2x} = 4\cos^2 x$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cos^2 x}{\cos 2x} = 2\cos^2 x \Leftrightarrow \cos^2 x(1 - 2\cos 2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ \cos 2x = 1/2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right.$$



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

Vậy,phương trình có nghiệm: $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$ , $x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi$

**Bài 39:** Giải phương trình : $2\cos^2\frac{6x}{5}+1=3\cos\frac{8x}{5}$

**Giải**

$\Leftrightarrow(1+\cos\frac{12x}{5})+1=2(2\cos^2\frac{4x}{5}-1)$ $\Leftrightarrow 2+4\cos^3\frac{4x}{5}-3\cos\frac{4x}{5}=2(2\cos^2\frac{4x}{5}-1)$

Đặt: $t=\cos\frac{4x}{5}, -1\le t\le 1$ phương trình trở thành:

$$4t^3-6t^2-3t-5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=1\\ t=\frac{1-\sqrt{21}}{4}\end{array}\right.$$

$+\cos\frac{4x}{5}=1\Leftrightarrow x=k\frac{5\pi}{2}$

$+\cos\frac{4x}{5}=\frac{1-\sqrt{21}}{4}\Leftrightarrow x=\pm\frac{5}{4}\arccos\frac{1-\sqrt{21}}{4}+k\frac{5\pi}{2}$

Vậy,phương trình có nghiệm: $x=k\frac{5\pi}{2}$, $x=\pm\frac{5}{4}\arccos\frac{1-\sqrt{21}}{4}+k\frac{5\pi}{2}$

**Bài 40:** Giải phương trình : $\tan^3(x-\frac{\pi}{4})=\tan x-1$ (1)

**Giải**

Điều kiện: $\begin{cases}\cos x\ne 0\\ \cos(x-\frac{\pi}{4})\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne\frac{\pi}{2}+k\pi\\ x\ne\frac{3\pi}{4}+k\pi\end{cases}$

$$(1)\Leftrightarrow\frac{(\tan x-1)^3}{(1+\tan x)^3}=\tan x-1\Leftrightarrow(\tan x-1)^3=(\tan x-1)(1+\tan x)^3$$

$$\Leftrightarrow(\tan x-1)[(1+\tan x)^3-(\tan x-1)^2]=0$$

$$\Leftrightarrow(\tan x-1)(\tan^3 x+2\tan^2 x+5\tan x)=0$$

$$\Leftrightarrow\tan x(\tan x-1)(\tan^2 x+2\tan x+5)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x=0\\ \tan x=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=\frac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.$$

***C2:*** Đặt: $t=x-\frac{\pi}{4}$

**Bài 41:** Giải phương trình : $\frac{\sin^4 2x+\cos^4 2x}{\tan(\frac{\pi}{4}-x)\tan(\frac{\pi}{4}+x)}=\cos^4 4x$ (1)

**Giải**

Điều kiện: $\begin{cases}\sin(\frac{\pi}{4}-x)\cos(\frac{\pi}{4}-x)\neq 0\\ \sin(\frac{\pi}{4}+x)\cos(\frac{\pi}{4}+x)\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sin(\frac{\pi}{4}-2x)\neq 0\\ \sin(\frac{\pi}{4}+2x)\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \cos 2x\neq 0$

$$\tan(\frac{\pi}{4}-x)\tan(\frac{\pi}{4}+x)=\frac{1-\tan x}{1+\tan x}.\frac{1+\tan x}{1-\tan x}=1$$

$$(1)\Leftrightarrow \sin^4 2x+\cos^4 2x=\cos^4 4x \Leftrightarrow 1-2\sin^2 2x\cos^2 2x=\cos^4 4x$$

$$\Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}\sin^2 4x=\cos^4 4x \Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}(1-\cos^2 4x)=\cos^4 4x$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^4 4x-\cos^2 4x-1=0 \Leftrightarrow \cos^2 4x=1$$

$$\Leftrightarrow 1-\cos^2 4x=0 \Leftrightarrow \sin 4x=0 \Leftrightarrow x=k\frac{\pi}{4}$$

Vậy,phương trình có nghiệm: $x=k\frac{\pi}{2}$

**Bài 42:** Giải phương trình : $48-\frac{1}{\cos^4 x}-\frac{2}{\sin^2 x}(1+\cot 2x\cot x)=0$ (*)

**Giải**

Điều kiện: $\sin 2x\neq 0\Leftrightarrow x\neq k\frac{\pi}{2}$

Ta có: $1+\cot 2x\cot x=1+\frac{\cos 2x\cos x}{\sin 2x\sin x}=\frac{\cos 2x\sin x+\sin 2x\sin x}{\sin 2x\cos x}$

$$=\frac{\cos x}{2\sin^2 x\cos x}=\frac{1}{2\sin^2 x}$$

$$(*) \Leftrightarrow 48-\frac{1}{\cos^4 x}-\frac{1}{\sin^4 x}=0 \Leftrightarrow 48=\frac{1}{\cos^4 x}+\frac{1}{\sin^4 x}$$

$$\Leftrightarrow 48\sin^4 x\cos^4 x=\sin^4 x+\cos^4 x \Leftrightarrow 3\sin^4 2x=1-\frac{1}{2}\sin^2 2x$$

$$\Leftrightarrow 6\sin^4 2x+\sin^2 2x-2=0 \Leftrightarrow \sin^2 2x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow 1-2\sin^2 2x=0$$

$$\Leftrightarrow \cos 4x=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4}$$

Vậy,phương trình có nghiệm: $x=\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{4}$

**Bài 43:** Giải phương trình : $\sin^8 x+\cos^8 x=2(\sin^{10} x+\cos^{10} x)+\frac{5}{4}\cos 2x$

**Giải**

$$\Leftrightarrow \sin^8 x(1-2\sin^2 x)-\cos^8 x(2\cos^2 x-1)=\frac{5}{4}\cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin^8 x\cos 2x-\cos^8 x\cos 2x=\frac{5}{4}\cos 2x$$

$$\Leftrightarrow 4\cos 2x(\cos^8 x-\sin^8 x)+5\cos 2x=0$$

$$\Leftrightarrow 4\cos 2x(\cos^4 x-\sin^4 x)(\cos^4 x+\sin^4 x)+5\cos 2x=0$$

$$\Leftrightarrow 4\cos 2x(\cos^2 x-\sin^2 x)(\cos^2 x+\sin^2 x)(\cos^4 x+\sin^4 x)+5\cos 2x=0$$

$$\Leftrightarrow 4\cos 2x(\cos^2 x-\sin^2 x)(1-\frac{1}{2}\sin^2 2x)+5\cos 2x=0$$

$$\Leftrightarrow 4\cos^2 2x(1-\frac{1}{2}\sin^2 2x)+5\cos 2x=0$$

$$\Leftrightarrow 4\cos 2x(4\cos 2x-2\cos 2x\sin^2 2x+5)=0$$

$$\Leftrightarrow 4\cos 2x[4\cos 2x-2\cos 2x(1-\cos^2 2x)+5]=0$$

$$\Leftrightarrow 4\cos 2x(2\cos^3 2x+2\cos 2x+5)=0 \Leftrightarrow \cos 2x=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$$

**Bài 44**: **(Đề thi tuyển sinh ĐH – CĐ 2010, khối A)**

Giải phương trình : $\frac{(1+\sin x+\cos 2x)\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{1+\tan x}=\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x$

**Giải**

Điều kiện: $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \tan x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq \pm 1 \\ \tan x \neq -1 \end{cases}$

Khi đó $\dfrac{(1+\sin x+\cos 2x)\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)}{1+\tan x} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\cos x$

$$\Rightarrow \cos x(1+\sin x+\cos 2x)\sqrt{2}.\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = \cos x(\sin x+\cos x)$$

$$\Leftrightarrow (1+\sin x+\cos 2x)\sqrt{2}.\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) = (\sin x+\cos x) \quad (\text{do } \cos x \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)(\sin x+\cos 2x) = 0 \Leftrightarrow (\sin x+\cos x)(\sin x+1-2\sin^2 x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x+\cos x=0 \\ 2\sin^2 x-\sin x-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x=-\cos x \\ \sin x=1 \\ \sin x=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \tan x=-1 & (L) \\ \sin x=1 & (L) \\ \sin x=-\dfrac{1}{2} & (t/m) \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \sin x=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{6}+k.2\pi \\ x=\dfrac{7\pi}{6}+k.2\pi \end{array}\right. \quad (k \in Z)$$

**Bài 45:** Cho hàm số: y= $-x^3+3x^2+3(m-1)x-3m^2+1$.
1, Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi m=1.
2. Tìm m để đồ thị hàm số có cực đại , cực tiểu và hai điểm cực đại cực tiểu ấy cách đều đường thẳng x-y-2=0.

**Giải**

2. Điều kiên để hàm số có cực trị : m >0

Chia y cho y' ta có phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực tri la:
$y= 2mx-3m^2 +m$.

Thỏa mãn yêu cầu bài ra $\Leftrightarrow$ TH 1: BA song song với d
TH2: d đi qua trung điểm của AB

Đáp số: m=$\dfrac{1}{2}$


**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

$m=\frac{3+\sqrt{21}}{6}$

**Bài 46**: **(Đề thi tuyển sinh ĐH – CĐ 2006, khối B)**

Giải phương trình $\cot x+\sin x\left(1+\tan x.\tan\frac{x}{2}\right)=4$

**Giải**

***Lời giải:*** Điều kiện $\begin{cases}\cos x\neq 0\\ \sin x\neq 0\\ \cos\frac{x}{2}\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow \sin 2x\neq 0$

Ta có $\cot x+\sin x\left(1+\tan x.\tan\frac{x}{2}\right)=4\Leftrightarrow\frac{\cos x}{\sin x}+\sin x\left(1+\frac{\sin x}{\cos x}.\frac{\sin\frac{x}{2}}{\cos\frac{x}{2}}\right)=4$

$\Leftrightarrow\frac{\cos x}{\sin x}+\sin x\left(\frac{\cos x.\cos\frac{x}{2}+\sin x.\sin\frac{x}{2}}{\cos x.\cos\frac{x}{2}}\right)=4\Leftrightarrow\frac{\cos x}{\sin x}+\frac{\sin x}{\cos x}=4$

$\Leftrightarrow\frac{2}{\sin 2x}=4\Leftrightarrow\sin 2x=\frac{1}{2}\qquad (t/m)$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=\frac{\pi}{6}+k.2\pi\\ 2x=\frac{5\pi}{6}+k.2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}+k.\pi\\ x=\frac{5\pi}{12}+k.\pi\end{array}\right.\qquad (k\in Z)$

**Bài 47:** Giải phương trình : $\frac{1}{\cos x}+\frac{1}{\sin 2x}=\frac{2}{\sin 4x}$.

**Giải**

Điều kiện $\begin{cases}\cos x\neq 0\\ \sin 2x\neq 0\\ \sin 4x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sin x\neq \pm 1\\ \sin x\neq 0\\ \cos 2x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sin x\neq \pm 1\\ \sin x\neq 0\\ 1-2\sin^2 x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sin x\neq \pm 1\\ \sin x\neq 0\\ \sin x\neq \pm\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$

Khi đó $\frac{1}{\cos x}+\frac{1}{\sin 2x}=\frac{2}{\sin 4x}$

$$\Rightarrow 4\sin x.\cos 2x+2\cos 2x=2\Leftrightarrow \sin x\left(2\sin^2 x+\sin x-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=-1\\ \sin x=0\\ \sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$$

Đối chiếu với điều kiện ta được $\sin x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k.2\pi\\ x=\frac{5\pi}{6}+k.2\pi\end{array}\right.\quad (k\in Z)$

Vậy phương trình có nghiệm là $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k.2\pi\\ x=\frac{5\pi}{6}+k.2\pi\end{array}\right.\quad (k\in Z)$

**Bài 48:** Giải phương trình : $\frac{\sin^4 2x+\cos^4 2x}{\tan\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\tan\left(\frac{\pi}{4}+x\right)}=\cos^4 4x$

**Giải**

Điều kiện $\begin{cases}\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\neq 0\\ \cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\neq 0\\ \sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)\neq 0\\ \cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sin\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)\neq 0\\ \sin\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow \cos 2x\neq 0\Leftrightarrow \sin 2x\neq \pm 1$

Nhận thấy $\tan\left(\frac{\pi}{4}-x\right).\tan\left(\frac{\pi}{4}+x\right)=1$, do đó phương trình đã cho trở thành

$$\sin^4 2x+\cos^4 2x=\cos^4 4x \Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}\sin^2 4x=\cos^4 4x \Leftrightarrow 2\cos^4 4x-\cos^2 4x-1=0$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 4x=1 \Leftrightarrow \sin 4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 2x=0\\ \cos 2x=0\end{array}\right.$$

Đối chiếu điều kiện ta được $\sin 2x=0 \Leftrightarrow x=k\frac{\pi}{2} \quad (k\in Z)$

**Bài 49:** Giải phương trình : $\dfrac{\sin^2 2x+\cos^4 2x-1}{\sqrt{\sin x.\cos x}}=0$.

**Giải**

Điều kiện $\sin 2x>0$

Khi đó phương trình đã cho trở thành

$$\sin^2 2x+\cos^4 2x-1=0 \Leftrightarrow \cos^4 2x-\cos^2 2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos^2 2x=0\\ \cos^2 2x=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 2x=\pm 1\\ \sin 2x=0\end{array}\right.$$

Đối chiếu điều kiện ta được $\sin 2x=1 \Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+k.2\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k.\pi \quad (k\in Z)$

**Bài 50:** Giải phương trình : $\cos 3x.\tan 5x=\sin 7x$

**Giải**

Điều kiện $\cos 5x\neq 0$

Khi đó phương trình đã cho trở thành

$$2\sin 5x.\cos 3x=2\sin 7x.\cos 5x \Leftrightarrow \sin 8x=\sin 12x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{k\pi}{2}\\ x=\frac{\pi}{20}+\frac{k\pi}{10}\end{array}\right. \quad (k\in Z)$$

Với $x=\frac{k\pi}{2}$ thì $\cos 5x=\cos\frac{5k\pi}{2}=\cos\left(\frac{k\pi}{2}+k2\pi\right)=\cos\left(\frac{k\pi}{2}\right)\neq 0 \Leftrightarrow k=2m \quad (m\in Z)$

Với $x=\frac{\pi}{20}+\frac{k\pi}{10}$ thì $\cos 5x=\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}\right)\neq 0$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = m\pi; \quad x = \frac{\pi}{20} + \frac{k\pi}{10} \quad (m,k \in Z)$

**Bài 51: (Đề thi tuyển sinh ĐH – CĐ, 2011, khối A)**

Giải phương trình $\frac{1+\sin 2x+\cos 2x}{1+\cot^2 x} = \sqrt{2}\sin x \sin 2x$

**Giải**

Điều kiện $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq \pm 1$

Khi đó phương trình đã cho trở thành

$\sin^2 x(1+\sin 2x+\cos 2x) = 2\sqrt{2}\sin^2 x.\cos x \Leftrightarrow 1+2\sin x.\cos x+2\cos^2 x-1 = 2\sqrt{2}\cos x$

$\Leftrightarrow 2\cos x\left(\sin x+\cos x-\sqrt{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \quad (t/m) \\ \sin x+\cos x = \sqrt{2} \quad (*) \end{array}\right.$

Giả sử $\sin x = 0 \Leftrightarrow \cos x = \pm 1$, khi đó $(*) \Leftrightarrow 0 \pm 1 = \sqrt{2}$ (vô lí)

Do đó phương trình tương đương với $\left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ \cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right) = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2}+k\pi \\ x = \frac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right.$

Vậy phương trình có nghiệm là $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2}+k\pi \\ x = \frac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in Z)$

**Bài 52:** Giải phương trình : $3\sin x+2\cos x = 3(1+\tan x)-\frac{1}{\cos x}$

**Giải**

Điều kiện $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq \pm 1$

Khi đó

$3\sin x+2\cos x=3(1+\tan x)-\frac{1}{\cos x}\Leftrightarrow \cos x(3\sin x+2\cos x)=3(\cos x+\sin x)-1$

$\Leftrightarrow \cos x(3\sin x+2\cos x)-\cos x=3\sin x+2\cos x-1$

$\Leftrightarrow \cos x(3\sin x+2\cos x-1)-(3\sin x+2\cos x-1)=0$

$\Leftrightarrow (3\sin x+2\cos x-1)(\cos x-1)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}\cos x-1=0 & (1)\\ 3\sin x+2\cos x-1=0 & (2)\end{array}\right.$

$(1)\Leftrightarrow \cos x=1$ thoả mãn điều kiện, do đó ta được $x=k2\pi,\quad k\in Z$

Tiếp theo giả sử $\cos x=0\Leftrightarrow \sin x=\pm 1$, thay vào (2) ta được $\pm 3-1=0$ (vô lí)

Tức là các nghiệm của (2) đều thoả mãn điều kiện.

Giải (2) ta được $x=\alpha\pm\arccos\frac{1}{\sqrt{13}}+k2\pi\quad k\in Z$,

(với $\cos\alpha=\frac{2}{\sqrt{13}};\quad \sin\alpha=\frac{3}{\sqrt{13}}$)

Vậy phương trình có nghiệm $\left[\begin{array}{l}x=k2\pi\\ x=\alpha\pm\arccos\frac{1}{\sqrt{13}}+k2\pi\end{array}\right.\quad k\in Z$.

**Bài 53:** Giải phương trình : $\frac{\tan^2 x+\tan x}{\tan^2 x+1}=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

**Giải**

Điều kiện $\cos x\neq 0\Leftrightarrow \sin x\neq \pm 1$

Khi đó

$\frac{\tan^2 x+\tan x}{\tan^2 x+1}=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\Leftrightarrow \cos^2 x(\tan^2 x+\tan x)=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x\right)$

$\Leftrightarrow \sin^2 x+\cos x.\sin x=\frac{1}{2}(\sin x+\cos x)\Leftrightarrow 2\sin x(\sin x+\cos x)-(\sin x+\cos x)=0$

$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)(2\sin x-1)=0\qquad (*)$

Giả sử $\cos x=0\Leftrightarrow \sin x=\pm 1$, thay vào (*) ta được $\pm 1(\pm 2-1)=0$ (vô lí)

Tức là các nghiệm của (*) đều thoả mãn điều kiện.

Giải (*) ta được $x=\frac{3\pi}{4}+k\pi;\quad x=\frac{\pi}{6}+k2\pi;\quad x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\qquad (k\in Z)$

**Bài 54:** Giải phương trình : $\tan 5x.\tan 2x=1$

**Giải**

Điều kiện $\begin{cases}\cos 5x \neq 0\\ \cos 2x \neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x \neq \dfrac{\pi}{10} + m\dfrac{\pi}{5} & (1)\\ x \neq \dfrac{\pi}{4} + n\dfrac{\pi}{2} & (2)\end{cases} \quad (m, n \in Z)$

phương trình tương đương với

$\tan 5x = \dfrac{1}{\tan 2x} \Leftrightarrow \tan 5x = \cot 2x \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{14} + k\dfrac{\pi}{7} \quad (k \in Z)$

+ Đối chiếu điều kiện (1)

Giả sử $\dfrac{\pi}{14} + k\dfrac{\pi}{7} = \dfrac{\pi}{10} + m\dfrac{\pi}{5} \Leftrightarrow k = m + \dfrac{1+2m}{5}$

Do $k, m \in Z$ nên $\exists t \in Z: \ t = \dfrac{1+2m}{5} \Leftrightarrow m = 2t + \dfrac{t-1}{2}$

Lại do $t, m \in Z$ nên $\exists s \in Z: \ s = \dfrac{t-1}{2} \Leftrightarrow t = 2s + 1$

Từ đó $k = 7s + 3$. Suy ra $x = \dfrac{\pi}{14} + k\dfrac{\pi}{7}$ với $k \neq 7s + 3$ thoả mãn phương trình

+ Đối chiếu điều kiện (2)

Giả sử $\dfrac{\pi}{14} + k\dfrac{\pi}{7} = \dfrac{\pi}{4} + n\dfrac{\pi}{2} \Leftrightarrow 4k - 14n = 5 \quad (3)$

Ta thấy vế trái của (3) chẵn, vế phải của (3) lẻ nên không tồn tại $k, n \in Z$ thoả mãn (3).

Từ đó suy ra điều kiên (2) luôn được thoả mãn.

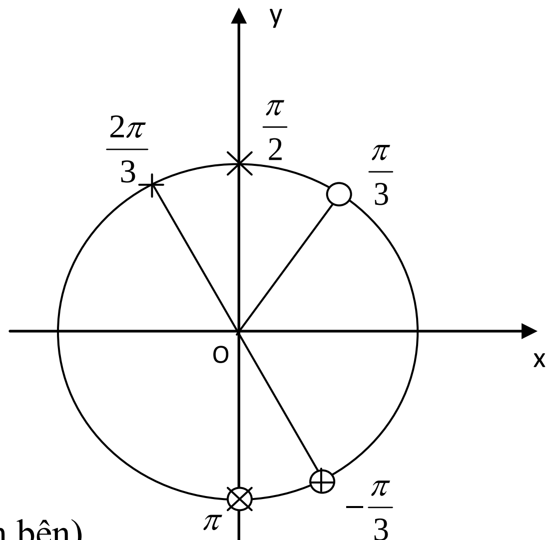
Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = \dfrac{\pi}{14} + k\dfrac{\pi}{7} \quad (k \in Z)$

**Bài 55:** **(Đề thi tuyển sinh ĐH – CĐ 2011, khối D)**

Giải phương trình $\dfrac{\sin 2x + 2\cos x - \sin x - 1}{\tan x + \sqrt{3}} = 0$

**Giải**


**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**




Điều kiện $\begin{cases} \tan x \neq -\sqrt{3} \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -\frac{\pi}{3} + m\pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} + n\pi \end{cases} \quad (m, n \in Z)$

Khi đó phươngtrình đã cho trở thành

$\sin 2x + 2\cos x - \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2\cos x(\sin x + 1) - (\sin x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow (\sin x + 1)(2\cos x - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = -1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right.$

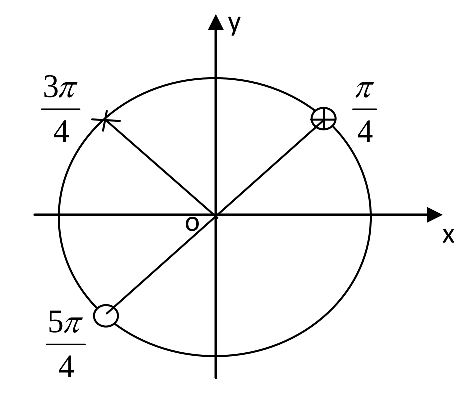
Kết hợp với điều kiện trên đường tròn lượng giác (như hình bên)

ta được nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in Z)$

**Bài 56: (Đề thi tuyển sinh ĐH – CĐ 2006, khối A)**

Giải phương trình $$\frac{2(\cos^6 x + \sin^6 x) - \sin x.\cos x}{\sqrt{2} - 2\sin x} = 0$$

**Giải**




Điều kiện $\sin x \neq \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{4} + m2\pi \\ x \neq \frac{3\pi}{4} + n2\pi \end{cases} \quad (m, n \in Z)$

Khi đó phương trình đã cho trở thành

$2(\cos^6 x + \sin^6 x) - \sin x.\cos x = 0$

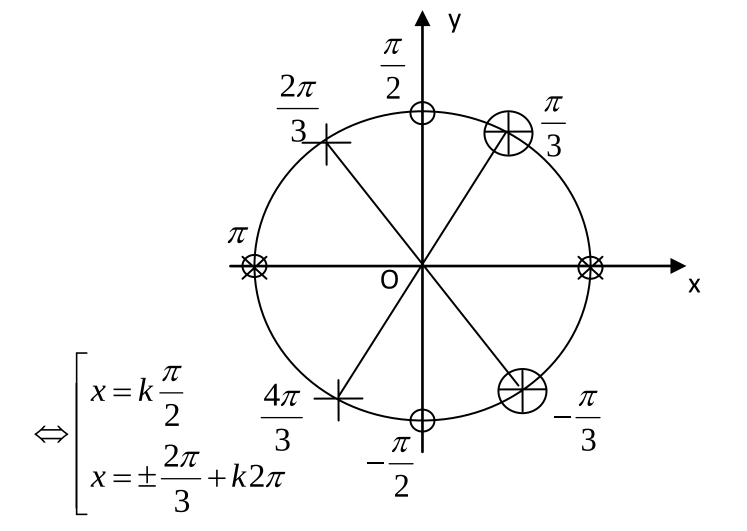
$\Leftrightarrow 2\left(1 - \frac{3}{4}\sin^2 2x\right) - \frac{1}{2}\sin 2x = 0$

$\Leftrightarrow 3\sin^2 2x + \sin 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 1$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in Z)$

Kết hợp với điều kiện trên đường tròn lượng giác (như hình bên) ta được nghiệm của phương trình là $x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \quad (k \in Z)$

**Bài 57:** Giải phương trình : $\dfrac{\sin x+\sin 2x}{\sin 3x}=-1$




**Giải**

Điều kiện $\sin 3x\neq 0\Leftrightarrow 3x\neq k\pi\Leftrightarrow x\neq k\dfrac{\pi}{3}$

Khi đó $\dfrac{\sin x+\sin 2x}{\sin 3x}=-1\Leftrightarrow \sin x+\sin 2x+\sin 3x=0$

$\Leftrightarrow 2\sin 2x.\cos x+\sin 2x=0$

$\Leftrightarrow \sin 2x\left(2\cos x+1\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 2x=0\\ \cos x=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=k\dfrac{\pi}{2}\\ x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.$

Kết hợp với điều kiện trên đường tròn lượng giác

Ta được nghiệm của phương trình là

$x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$.

**Bài 58: [ĐH A02]** Tìm $x\in(0;2\pi):5\left(\sin x+\dfrac{\cos 3x+\sin 3x}{1+2\sin 2x}\right)=\cos 2x+3$

**Giải**

Điều kiện : $\sin 2x\neq -\dfrac{1}{2}$

$5\left(\sin x+\dfrac{\cos 3x+\sin 3x}{1+2\sin 2x}\right)=5\left(\dfrac{\sin x+2\sin x\sin 2x+\cos 3x+\sin 3x}{1+\sin 2x}\right)$

$=5\left(\dfrac{\sin x+\cos x-\cos 3x+\cos 3x+\sin 3x}{1+2\sin 2x}\right)$

$=5\left(\dfrac{\sin 3x+\sin x+\cos x}{1+2\sin 2x}\right)=5\left(\dfrac{2\sin 2x\cos x+\cos x}{1+2\sin 2x}\right)$

$=5\left(\dfrac{\cos x(1+2\sin 2x)}{1+2\sin 2x}\right)=5\cos x$

$(1)\Leftrightarrow 5\cos x=\cos 2x+3\Leftrightarrow 2\cos^2 x-5\cos x+3=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=2\ \ \text{(L)}\\ \cos x=\dfrac{1}{2}=\cos\dfrac{\pi}{3}\end{array}\right.$

$$\cos x=\cos\frac{\pi}{3} \rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right. \quad k\in\mathbb{Z}$$

Vì $x\in(0;2\pi)$ Nên nghiệm của phương trình : $x=\frac{\pi}{3}$ ; $x=\frac{5\pi}{3}$

**Bài 59: [ĐH B02]** $\sin^2 3x-\cos^2 4x=\sin^2 5x-\cos^2 6x$

**Giải**

$\sin^2 3x-\cos^2 4x=\sin^2 5x-\cos^2 6x$

$\Leftrightarrow \frac{1-\cos 6x}{2}-\frac{1+\cos 8x}{2}=\frac{1-\cos 10x}{2}-\frac{1+\cos 12x}{2}$

$\Leftrightarrow \cos 12x+\cos 10x=\cos 8x+\cos 6x$

$\Leftrightarrow 2\cos x(\cos 11x-\cos 7x)=0 \Leftrightarrow -4\cos x.\sin 9x.\sin 2x=0 \left[\begin{array}{l} x=\frac{k\pi}{9} \\ x=\frac{k\pi}{2} \end{array}\right. k\in\mathbb{Z}$

**Bài 60: [ĐH D02]** Tìm $x\in[0;14]$ **:** $\cos 3x-4\cos 2x+3\cos x-4=0$

**Giải**

Tìm $x\in[0;14]$ : $\cos 3x-4\cos 2x+3\cos x-4=0$ (1)

Ta có : $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$

$(1)\Leftrightarrow \cos 3x+3\cos x-4(1+\cos 2x)=0$

$\Leftrightarrow 4\cos^3 x-8\cos^2 x=0$

$\Leftrightarrow 4\cos^2 x(\cos x-2)=0 \Leftrightarrow \cos x=0$ $x=\frac{\pi}{2}+k\pi; k\in\mathbb{Z}$ Vì $x\in(0;14)$ $x\in\left\{\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{3};\frac{5\pi}{2};\frac{7\pi}{2}\right\}$

**Bài 61: [Dự bị 1 ĐH02]** Xác định m để phương trình sau có ít nhất 1 nghiệm thuộc $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

$2(\sin^4 x+\cos^4 x)+\cos 4x+\sin 2x-m=0$

**Giải**

Xác định m để phương trình sau có ít nhất 1 nghiệm thuộc $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$:

$2(\sin^4 x+\cos^4 x)+\cos 4x+\sin 2x-m=0$ (1)

$(1) \Leftrightarrow 2\left(1-2\sin^2 x\cos^2 x\right)+1-\sin^2 2x+2\sin 2x+m=0$

$\Leftrightarrow 3+m-3\sin^2 2x+2\sin 2x=0$

$\Leftrightarrow 3t^2-2t-(m+3)=0 \quad (2) \qquad$ với $\ t=\sin 2x$

Ta có : $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right] \Leftrightarrow 2x\in[0;\pi] \Rightarrow t\in[0;1]$

*Bài toán thành* : Xác định m để phương trình sau có ít nhất 1 nghiệm thuộc đoạn $[0;1]$

$(2) \Leftrightarrow 3t^2-2t=m+3$

Đặt $\begin{cases} y=3t^2-2t & (P) \\ y=m+3 & d \end{cases}$

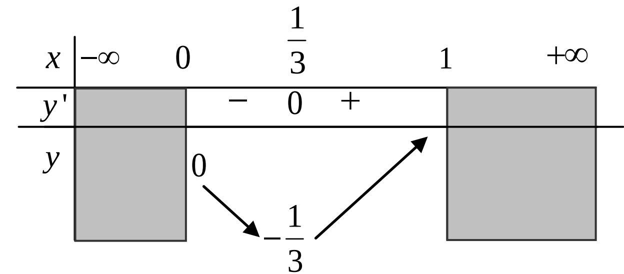
Số nghiệm của (2) là số giao điểm của d và (P)

Khảo sát hàm số : $y=3t^2-2t \qquad t\in[0;1]$

$y'=6t-2$

$y'=0 \Leftrightarrow 6t-2=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{3}$

BBT




Phương trình (2) có ít nhất một nghiệm trên đoạn $[0;1]$ $\Leftrightarrow -\frac{1}{3}\le m+3\le 1$

$\Leftrightarrow -\frac{10}{3}\le m\le -2$

**Bài 62: [Dự bị 2 ĐH02]** $\dfrac{\sin^4 x+\cos^4 x}{5\sin 2x}=\dfrac{1}{2}\cot 2x-\dfrac{1}{8\sin 2x}$

## Giải

$\dfrac{\sin^4 x+\cos^4 x}{5\sin 2x}=\dfrac{1}{2}\cot 2x-\dfrac{1}{8\sin 2x} \qquad (1)$

Điều kiện : $\sin 2x\neq 0$

$(1) \Leftrightarrow \dfrac{1-2\sin^2 x\cos^2 x}{5}=\dfrac{1}{2}\cos 2x-\dfrac{1}{8}$

$\Leftrightarrow 1-\dfrac{\sin^2 2x}{2}=\dfrac{5}{2}\cos 2x-\dfrac{5}{8} \Leftrightarrow 2-(1-\cos^2 2x)=5\cos 2x-\dfrac{5}{4}$

$$\Leftrightarrow \cos^2 2x - 5\cos 2x + \frac{9}{4} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x = \frac{9}{2} (L) \\ \cos 2x = \frac{1}{2} \end{array}\right. \quad \cos 2x = \cos\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right. \; k \in \mathbb{Z}$$

**Bài 63: [Dự bị 3 ĐH02]** $\tan^4 x + 1 = \dfrac{\left(2 - \sin^2 2x\right)\sin 3x}{\cos^4 x}$

## Giải

Điều kiện : $\cos x \neq 0$

$(1) \Leftrightarrow \sin^4 x + \cos^4 x = (2 - \sin^2 2x)\sin 3x$

$\Leftrightarrow 1 - \dfrac{\sin^2 2x}{2} = (2 - \sin^2 2x)\sin 3x$

$\Leftrightarrow 2 - \sin^2 2x = (2 - \sin^2 2x)2\sin 3x$

$\Leftrightarrow (2 - \sin^2 2x)(1 - 2\sin 3x) = 0$

$\Leftrightarrow 1 - 2\sin 3x = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = \dfrac{1}{2}$ $;\sin 3x = \sin\dfrac{\pi}{6}$ $\left[\begin{array}{l} 3x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 3x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{5\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \end{array}\right.$

$k \in \mathbb{Z}$

**Bài 64: [Dự bị 4 ĐH02]** $\tan x + \cos x - \cos^2 x = \sin x\left(1 + \tan x.\tan\dfrac{x}{2}\right)$

## Giải

$\tan x + \cos x - \cos^2 x = \sin x\left(1 + \tan x.\tan\dfrac{x}{2}\right)$ (1)

Điều kiện : $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos\frac{x}{2} \neq 0 \end{cases}$

Ta có : $1 + \tan x.\tan\dfrac{x}{2} = 1 + \dfrac{\sin x \sin\frac{x}{2}}{\cos x \cos\frac{x}{2}} = \dfrac{\cos x \cos\frac{x}{2} + \sin x \sin\frac{x}{2}}{\cos x \cos\frac{x}{2}}$

$$=\frac{\cos\left(x-\frac{x}{2}\right)}{\cos x\cos\frac{x}{2}}=\frac{1}{\cos x}$$

$(1)\Leftrightarrow \tan x+\cos x-\cos^2 x=\dfrac{\sin x}{\cos x}$

$\Leftrightarrow \cos x(1-\cos x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=0\ \ (L)\\ \cos x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow x=k2\pi;k\in\mathbb{Z}$

**Bài 65: [Dự bị 5 ĐH02] Cho phương trình :** $\dfrac{2\sin x+\cos x+1}{\sin x-2\cos x+3}=a$

a) Giải phương trình với $a=\dfrac{1}{3}$

b) Tìm a để phương trình trên có nghiệm.

**Giải**

a)Với $a=\dfrac{1}{3}$, phương trình thành : $\dfrac{2\sin x+\cos x+1}{\sin x-2\cos x+3}=\dfrac{1}{3}$ (1)

vì : $\sin x-2\cos x+3>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 6\sin x+3\cos x+3=\sin x-2\cos x+3$

(1) $\Leftrightarrow 5\sin x+5\cos x=0\Leftrightarrow \sin x+\cos x=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=0\Leftrightarrow \sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=0$

$\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=0\Leftrightarrow x+\dfrac{\pi}{4}=k\pi\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi$

$k\in\mathbb{Z}$

b) $\dfrac{2\sin x+\cos x+1}{\sin x-2\cos x+3}=a\Leftrightarrow \sin x+\cos x+1=a\left(\sin x-2\cos x+3\right)$

$\Leftrightarrow (2-a)\sin x+(2a+1)\cos x=3a-1$ (2)

Điều kiện để phương trình (2) có nghiệm :

$(2-a)^2+(2a+1)^2\geq(3a-1)^2\Leftrightarrow 4a^2-6a-4\leq 0$

$\Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}\leq a\leq 2$

**Bài 66: [Dự bị 6 ĐH02]** $\sqrt{\dfrac{1}{8\cos^2 x}}=\sin x$

**Giải**

$$\sqrt{\frac{1}{8\cos^2 x}}=\sin x \qquad (1)$$

Điều kiện : $\begin{cases}\cos x\neq 0\\ \sin x\geq 0\end{cases}$

$$(1)\Leftrightarrow \frac{1}{8\cos^2 x}=\sin^2 x\Leftrightarrow 1=8\sin^2 x\cos^2 x$$

$$\Leftrightarrow 2\sin^2 2x-1=0\Leftrightarrow \cos 4x=0\Leftrightarrow 4x=\frac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{4}$$

Vì : $\sin x\geq 0$

$$x=\frac{\pi}{8}+m2\pi;\ x=\frac{3\pi}{8}+m2\pi;m\in\mathbb{Z};\ x=\frac{5\pi}{8}+m2\pi;\ x=\frac{7\pi}{8}+m2\pi$$

**Bài 67: [ĐH A03]** $\cot x-1=\frac{\cos 2x}{1+\tan x}+\sin^2 x-\frac{1}{2}\sin 2x$

**Giải**

$$\cot x-1=\frac{\cos 2x}{1+\tan x}+\sin^2 x-\frac{1}{2}\sin 2x \qquad (1)$$

Điều kiện : $\begin{cases}\sin 2x\neq 0\\ \tan x\neq -1\end{cases}$

$$(1)\Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sin x}-1=\frac{\cos^2 x-\sin^2 x}{1+\frac{\sin x}{\cos x}}+\sin x(\sin x-\cos x)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cos x-\sin x}{\sin x}=\frac{\cos x(\cos^2 x-\sin^2 x)}{\sin x+\cos x}+\sin x(\sin x-\cos x)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cos x-\sin x}{\sin x}=\cos x(\cos x-\sin x)+\sin x(\sin x-\cos x)$$

$$\Leftrightarrow (\cos x-\sin x)\left(\sin^2 x-\sin x\cos x+1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x-\sin x=0\\ \sin^2 x-\sin x\cos x+1=0\end{array}\right.$$

* $\cos x-\sin x=0\Leftrightarrow \sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=0$

$$\Leftrightarrow \cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=0\Leftrightarrow x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$$

* $\sin^2 x-\sin x\cos x+1=0\Leftrightarrow \frac{1-\cos 2x}{2}-\frac{\sin 2x}{2}+1=0$

$\Leftrightarrow \sin 2x+\cos 2x-3=0$ ( vô nghiệm )

**Bài 68: [ĐH B03]** $\cot x-\tan x+4\sin 2x=\frac{2}{\sin 2x}$

**Giải**

Điều kiện : $\sin 2x \neq 0$

$(1) \Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sin x} - \frac{\sin x}{\cos x} + 4\sin 2x = \frac{2}{\sin 2x}$

$\Leftrightarrow \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x \cos x} + 4\sin 2x = \frac{2}{\sin 2x}$

$\Leftrightarrow 2\cos 2x + 4\sin^2 2x = 2 \Leftrightarrow 2\cos 2x + 4\left(1-\cos^2 2x\right) = 2$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 x - \cos 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x = 1\\ \cos 2x = -\frac{1}{2}\end{array}\right. \rightarrow \left[\begin{array}{l}x = k\pi\\ x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi\end{array}\right. k \in \mathbb{Z}$$

**Bài 69: [ĐH D03]** $\sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)\tan^2 x - \cos^2\frac{x}{2} = 0$

**Giải**

Điều kiện : $\cos x \neq 0$

$(1) \Leftrightarrow \frac{1}{2}\left[1 - \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right]\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{2}(1+\cos x)$

$\Leftrightarrow (1-\sin x)\sin^2 x = (1+\cos x)\cos^2 x$

$\Leftrightarrow (1-\sin x)\left(1-\cos^2 x\right) = (1+\cos x)\left(1-\sin^2 x\right)$

$\Leftrightarrow (1-\sin x)(1+\cos x)(\sin x + \cos x) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x = 1\\ \cos x = -1\\ \sin x + \cos x = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x = 1\\ \cos x = -1\\ \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{2} + k\pi\\ x = \pi + k2\pi\\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi\end{array}\right.$$

So với điều kiện : $\cos x \neq 0$

Nghiệm của (1) : $\left[\begin{array}{l}x = \pi + k2\pi\\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi\end{array}\right. k \in \mathbb{Z}$

**Bài 70: [Dự bị 1 ĐH A03]** $3 - \tan x\left(\tan x + 2\sin x\right) + 6\cos x = 0$

**Giải**

$3 - \tan x\left(\tan x + 2\sin x\right) + 6\cos x = 0$ Điều kiện : $\cos x \neq 0$

$\Leftrightarrow 3 - \frac{\sin x}{\cos x}\left(\frac{\sin x + 2\sin x\cos x}{\cos x}\right) + 6\cos x = 0$

$\Leftrightarrow 3\cos^2 x-\sin^2 x\left(1+2\cos x\right)+6\cos^2 x=0$

$\Leftrightarrow 3\cos^2 x\left(1+2\cos x\right)-\sin^2 x\left(1+2\cos x\right)=0$

$\Leftrightarrow \left(1+2\cos x\right)\left(3\cos^2 x-\sin^2 x\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}1+2\cos x=0\\ 4\cos^2 x-1=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=-\dfrac{1}{2}\\ \cos^2 x=\dfrac{1}{4}\end{array}\right. \Leftrightarrow \cos^2 x=\frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow 1+\cos x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \cos 2x=-\frac{1}{2}=\cos\frac{2\pi}{3} \leftarrow> \cos 2x=\cos\frac{2\pi}{3}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\\ 2x=-\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right. k\in\mathbb{Z}$$

**Bài 71: [Dự bị 2 ĐH A03]** $\cos 2x+\cos x\left(2\tan^2 x-1\right)=2$

**Giải**

Điều kiện : $\cos x\neq 0$

$\Leftrightarrow \cos 2x+\dfrac{2\sin^2 x}{\cos x}-\cos x=2$

$\Leftrightarrow \dfrac{2\sin^2 x}{\cos x}-\cos x=2-\cos 2x=1+2\sin^2 x$

$\Leftrightarrow 2\sin^2 x\left(\dfrac{1}{\cos x}-1\right)=1+\cos x$

$\Leftrightarrow 2(1-\cos^2 x)(1-\cos x)=(1+\cos x)\cos x$

$\Leftrightarrow \left(1+\cos x\right)\left[2(1-\cos x)^2-\cos x\right]=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=-1\\ 2\cos^2 x-5\cos x+2=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=-1\\ \cos x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right. -> \left[\begin{array}{l}x=\pi+k\pi\\ x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.$$

**Bài 72: [Dự bị 1 ĐH B03]** $3\cos 4x-8\cos^6 x+2\cos^2 x+3=0$

**Giải**

$3\cos 4x-8\cos^6 x+2\cos^2 x+3=0$

$\Leftrightarrow 3(1+\cos 4x)-2\cos^2 x(4\cos^4 x-1)=0$

$\Leftrightarrow 6\cos^2 2x - 2\cos^2 x(2\cos^2 x - 1)(2\cos^2 x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow 6\cos^2 2x - \cos^2 x(2\cos^2 x + 1)\cos 2x = 0$

$\Leftrightarrow \cos 2x\left[3\cos 2x - \cos^2 x(2\cos^2 x + 1)\right] = 0$

$\Leftrightarrow \cos 2x\left(2\cos^4 x - 5\cos^2 x + 3\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x = 0\\ 2\cos^4 x - 5\cos^2 x + 3 = 0\end{array}\right.$

* $\cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2}$ ; $k \in \mathbb{Z}$

* $2\cos^4 x - 5\cos^2 x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos^2 x = 1\\ \cos^2 x = \dfrac{3}{2} (L)\end{array}\right. \Leftrightarrow \sin^2 x = 0$ <-> $\left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2}\\ x = k\pi\end{array}\right. \quad k \in \mathbb{Z}$

**Bài 73: [Dự bị 2 ĐH B03]** $\dfrac{\left(2-\sqrt{3}\right)\cos x - 2\sin^2\left(\dfrac{x}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right)}{2\cos x - 1} = 1$

**Giải**

Điều kiện : $\cos x \neq \dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow (2-\sqrt{3})\cos x - \left[1 - \cos\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right)\right] = 2\cos x - 1$

$\Leftrightarrow 2\cos x - \sqrt{3}\cos x - 1 + \sin x = 2\cos x - 1$

(1) $\Leftrightarrow \sqrt{3}\cos x - \sin x = 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \dfrac{1}{2}\sin x = 0 \Leftrightarrow \cos x\cos\dfrac{\pi}{6} - \sin x\sin\dfrac{\pi}{6} = 0$

$\Leftrightarrow \cos\left(x + \dfrac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$

Vì : $\cos x \neq \dfrac{1}{2}$ Nên nghiệm của phương trình : $x = \dfrac{4\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$

**Bài 74: [Dự bị 1 ĐH D03]** $\dfrac{\cos^2 x\left(\cos x - 1\right)}{\sin x + \cos x} = 2\left(1 + \sin x\right)$

**Giải**

Điều kiện : $\sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) \neq 0$

(1) $\Leftrightarrow (1 - \sin^2 x)(\cos x - 1) = 2(1 + \sin x)(\sin x + \cos x)$

$\Leftrightarrow (1+\sin x)\left[(1-\sin x)(\cos x-1)-2(\sin x+\cos x)\right]=0$

$\Leftrightarrow (1+\sin x)\left[\cos x-1-\sin x\cos x+\sin x-2\sin x-2\cos x\right]=0$

$\Leftrightarrow (1+\sin x)\left[\sin x+1+\sin x\cos x+\cos x\right]=0$

$\Leftrightarrow (1+\sin x)\left[(1+\sin x)+\cos x(1+\sin x)\right]=0$

$\Leftrightarrow (1+\sin x)^2(1+\cos x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=-1\\ \cos x=-1\end{array}\right.$

**Bài 75: [Dự bị 2 ĐH D03]** $\cot x=\tan x+\dfrac{2\cos 4x}{\sin 2x}$

**Giải**

Điều kiện : $\sin 2x\neq 0 \Leftrightarrow \cos 2x\neq \pm 1$

$(1)\Leftrightarrow \cot x-\tan x=\dfrac{2\cos 4x}{\sin 2x}$

$\Leftrightarrow \dfrac{\cos x}{\sin x}-\dfrac{\sin x}{\cos x}=\dfrac{\cos 4x}{\sin x\cos x}$

$\Leftrightarrow \cos^2 x-\sin^2 x=\cos 4x$

$\Leftrightarrow \cos 2x=\cos 4x \Leftrightarrow 2\cos^2 2x-\cos 2x-1=0 \rightarrow x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k\pi; k\in\mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x=1(L)\\ \cos 2x=-\dfrac{1}{2}=\cos\dfrac{2\pi}{3}\end{array}\right.$

**Bài 76: [ĐH B04]** $5\sin x-2=3(1-\sin x)\tan^2 x$

**Giải**

$5\sin x-2=3(1-\sin x)\tan^2 x$ Điều kiện : $\cos x\neq 0$

$\Leftrightarrow 5\sin x-2=\dfrac{3\sin^2 x}{1-\sin^2 x}(1-\sin x)$

$\Leftrightarrow (5\sin x-2)(1+\sin x)=3\sin^2 x$

$\Leftrightarrow 2\sin^2 x+3\sin x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=\dfrac{1}{2}=\sin\dfrac{\pi}{6}\\ \sin x=-2\end{array}\right. \rightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right. k\in\mathbb{Z}$

**Bài 77: [ĐH D04]** $(2\cos x-1)(2\sin x+\cos x)=\sin 2x-\sin x$

**Giải**

$(2\cos x-1)(2\sin x+\cos x)=\sin 2x-\sin x$

$\Leftrightarrow (2\cos x-1)(2\sin x+\cos x)=\sin x(2\cos x-1)$

$\Leftrightarrow \left(2\cos x-1\right)\left(\sin x+\cos x\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2\cos x=1\\ \sin x+\cos x=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=\dfrac{1}{2}\\ \sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=\cos\dfrac{\pi}{3}\\ \sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=0\end{array}\right.$$

**Bài 78: [Dự bị 1 ĐH A04]** $\sin x+\sin 2x=\sqrt{3}\left(\cos x+\text{cox}2x\right)$

**Giải**

$\sin x+\sin 2x=\sqrt{3}\left(\cos x+\text{cox}2x\right)$

$\Leftrightarrow \sin x+\sin 2x=\sqrt{3}\cos x+\sqrt{3}\cos 2x$

$\Leftrightarrow \sin x-\sqrt{3}\cos x=\sqrt{3}\cos 2x-\sin 2x$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\sin x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x-\dfrac{1}{2}\sin 2x$

$\Leftrightarrow \sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$

$\Leftrightarrow \sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)=\cos\left[\dfrac{\pi}{2}+\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)\right]=-\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$

$\Leftrightarrow \sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)+\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)=0$

$$\Leftrightarrow 2\sin\left(\dfrac{3x}{2}-\dfrac{\pi}{3}\right)\cos\left(\dfrac{x}{2}\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin\left(\dfrac{3x}{2}-\dfrac{\pi}{3}\right)=0\\ \cos\dfrac{x}{2}=0\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\dfrac{3x}{2}-\dfrac{\pi}{3}=k\pi\\ \dfrac{x}{2}=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{2\pi}{9}+\dfrac{k2\pi}{3}\\ x=\pi+k2\pi\end{array}\right.$$

$k\in\mathbb{Z}$

**Bài 79: [Dự bị 2 ĐH A04]** $\sqrt{1-\sin x}+\sqrt{1-\cos x}=1$

**Giải**

***Chú ý*** : $1-\sin x\geq 0$ ; $1-\cos x\geq 0$

$(1)\Leftrightarrow 2-(\sin x+\cos x)+2\sqrt{(1-\sin x)(1-\cos x)}=1$

$\Leftrightarrow 2-(\sin x+\cos x)+2\sqrt{1-(\sin x+\cos x)-\sin x\cos x}=1$ (2)

Đặt : $t=\sin x+\cos x$ ; $|t|\leq\sqrt{2}$ ,khi đó : $\sin x\cos x=\dfrac{t^2-1}{2}$

$(2) \Leftrightarrow 1-t+2\sqrt{\frac{t^2-2t+1}{2}}=0$

$\Leftrightarrow 1-t+\sqrt{2}\sqrt{(t-1)^2}=0 \Leftrightarrow 1-t+\sqrt{2}|t-1|=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}|t-1|=t-1$ (3) ( nhận xét và suy ra : $t\geq 1$ ) (3)

$\Leftrightarrow t=1 \Leftrightarrow \sin x+\cos x=1 \Leftrightarrow \cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\cos\frac{\pi}{4}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x+\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=k2\pi \end{array}\right. k\in\mathbb{Z}$

**Bài 80: [Dự bị 1 ĐH B04]** $4\left(\sin^3 x+\cos^3 x\right)=\cos x+3\sin x$

**Giải**

$4\left(\sin^3 x+\cos^3 x\right)=\cos x+3\sin x$

$\Leftrightarrow 4\sin^3 x+4\cos^3 x-\cos x-3\sin x=0$

$\Leftrightarrow 4\sin^3 x+4\cos x(1-\sin^2 x)-\cos x-3\sin x=0$

$\Leftrightarrow 4\sin^3 x+3\cos x-4\sin^2 x\cos x-3\sin x=0$

$\Leftrightarrow 3(\cos x-\sin x)-4\sin^2 x(\cos x-\sin x)=0$

$\Leftrightarrow (\cos x-\sin x)\left(3-4\sin^2 x\right)=0$ →

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x-\sin x=0 \\ \sin^2 x=\frac{3}{4} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=0 \\ \sin x=\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin x=-\frac{\sqrt{3}}{2} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right. k\in\mathbb{Z}$

**Bài 81: [Dự bị 2 ĐH B04]** $\frac{1}{\cos x}-\frac{1}{\sin x}=2\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

**Giải**

$\frac{1}{\cos x}-\frac{1}{\sin x}=2\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ Điều kiện : $\sin 2x\neq 0$

$(1) \Leftrightarrow \sin x-\cos x=2\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=2\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right).\frac{1}{2}\sin 2x$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)(1+\sin 2x)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=0\\ \sin 2x=-1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k\pi\\ 2x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right. k\in\mathbb{Z}$$

$$> \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=-\frac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right. k\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}$$

**Bài 82: [Dự bị 1 ĐH D04]** $\sin 4x\sin 7x=\cos 3x\cos 6x$

**Giải**

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}\left(\cos 11x-\cos(-3x)\right)=\frac{1}{2}\left(\cos 9x+\cos 3x\right)$$

$$\Leftrightarrow -\cos 11x+\cos 3x=\cos 9x+\cos 3x$$

$$\Leftrightarrow \cos 11x+\cos 9x=0$$

.

$$\Leftrightarrow 2\cos 10x\cos x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 10x=0\\ \cos x=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}10x=\frac{\pi}{2}+k\pi\\ x=\frac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{20}+k10\pi\\ x=\frac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right. k\in\mathbb{Z}$$

**Bài 83: [Dự bị 2 ĐH D04]** $\sin 2x-2\sqrt{2}\left(\sin x+\cos x\right)-5=0$

**Giải**

$$\sin 2x-2\sqrt{2}\left(\sin x+\cos x\right)-5=0 \quad (1)$$

Đặt $t=\sin x+\cos x$ với $-\sqrt{2}\le t\le\sqrt{2}$ $\Rightarrow \sin 2x=t^2-1$

$$(1) \Leftrightarrow t^2-2\sqrt{2}t-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=3\sqrt{2}\\ t=-\sqrt{2}\end{array}\right.$$

Với $t=-\sqrt{2} \Leftrightarrow \sin x+\cos x=-\sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow \cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=-1 \Leftrightarrow x-\frac{\pi}{4}=\pi+k2\pi \quad k\in\mathbb{Z}$$

**Bài 84: [ĐH A05]** $\cos^2 3x\cos 2x-\cos^2 x=0$

**Giải**

$\cos^2 3x\cos 2x-\cos^2 x=0$ $\Leftrightarrow \dfrac{(1+\cos 6x)\cos 2x}{2}-\dfrac{1+\cos 2x}{2}=0$

$\Leftrightarrow \cos 2x+\cos 6x\cos 2x-1-\cos 2x=0$

$\Leftrightarrow \cos 6x\cos 2x-1=0 \Leftrightarrow \cos 8x+\cos 4x-2=0$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 4x-1+\cos 4x-2=0$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 4x+\cos 4x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 4x=1\\ \cos 4x=-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$

**Bài 85: [ĐH B05]** $1+\sin+\cos x+\sin 2x+\cos 2x=0$

**Giải**

$1+\sin+\cos x+\sin 2x+\cos 2x=0$ $\Leftrightarrow \sin x+\cos x+2\sin x\cos x+2\cos^2 x=0$

$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)+2\cos x(\sin x+\cos x)=0$

$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)(1+2\cos x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x+\cos x=0\\ \cos x=-\dfrac{1}{2}=\cos\dfrac{2\pi}{3}\end{array}\right.$

**Bài 86: [ĐH D05]** $\cos^4 x+\sin^4 x+\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)\sin\left(3x-\dfrac{\pi}{4}\right)-\dfrac{3}{2}=0$

**Giải**

$\cos^4 x+\sin^4 x+\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)\sin\left(3x-\dfrac{\pi}{4}\right)-\dfrac{3}{2}=0$ $\Leftrightarrow 1-2\sin^2 x\cos^2 x+\dfrac{1}{2}\left[\sin\left(4x-\dfrac{\pi}{2}\right)+\sin 2x\right]-\dfrac{3}{2}=0$

$\Leftrightarrow 2-\sin^2 2x-\cos 4x+\sin 2x-3=0$

$\Leftrightarrow -\sin^2 2x-(1-2\sin^2 2x)+\sin 2x-1=0$

$\Leftrightarrow \sin^2 2x+\sin 2x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 2x=1\\ \sin 2x=-2\end{array}\right.$

**Bài 87: [Dự bị 1 ĐH A05] Tìm** $x\in(0;\pi)$ $4\sin^2\dfrac{x}{2}-\sqrt{3}\cos 2x=1+2\cos^2\left(x-\dfrac{3\pi}{4}\right)$

**Giải**

Tìm $x\in(0;\pi)$ của : $4\sin^2\dfrac{x}{2}-\sqrt{3}\cos 2x=1+2\cos^2\left(x-\dfrac{3\pi}{4}\right)$

$\Leftrightarrow 2(1-\cos x)-\sqrt{3}\cos 2x=1+1+\cos\left(2x-\dfrac{3\pi}{2}\right)$

$\Leftrightarrow 2-2\cos x-\sqrt{3}\cos 2x=2-\sin 2x$

$\Leftrightarrow -2\cos x=\sqrt{3}\cos 2x-\sin 2x$ (chia 2 vế cho 2)



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email:** caotua5lg3@gmail.com

$$\Leftrightarrow -\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x-\frac{1}{2}\sin 2x \Leftrightarrow \cos(\pi-x)=\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=\cos(\pi-x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+\frac{\pi}{6}=\pi-x+k2\pi \\ 2x+\frac{\pi}{6}=-\pi+x+k2\pi \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{5\pi}{18}+\frac{k_1 2\pi}{3} \\ x=-\frac{7\pi}{6}+k_2 2\pi \end{array}\right. \quad k_1;k_2\in\mathbb{Z}$$

Vì $\begin{cases} k_1\in\mathbb{Z} \\ k_1\in(0;\pi) \end{cases} \Rightarrow k_1\in\{0;1\} \Rightarrow x=\frac{5\pi}{18};x=\frac{17\pi}{18}$

Vì $\begin{cases} k_2\in\mathbb{Z} \\ k_2\in(0;\pi) \end{cases} \Rightarrow k_2=1 \Rightarrow x=\frac{5\pi}{6}$

$$\cos\left(2x-\frac{3\pi}{2}\right)=-\sin 2x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{5\pi}{18} \\ x=\frac{17\pi}{18} \\ x=\frac{5\pi}{6} \end{array}\right.$$

**Bài 88: [Dự bị 2 ĐH A05]** $2\sqrt{2}\cos^3\left(x-\frac{\pi}{4}\right)-3\cos x-\sin x=0$

**Giải**

$$2\sqrt{2}\cos^3\left(x-\frac{\pi}{4}\right)-3\cos x-\sin x=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right]^3-3\cos x-\sin x=0$$

$$\Leftrightarrow (\cos x+\sin x)^3-3\cos x-\sin x=0$$

$$\Leftrightarrow \cos^3 x+\sin^3 x+3\cos^2 x\sin x+3\cos x\sin^2 x-3\cos x-\sin x=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \cos x=0 \\ \sin^3 x-\sin x=0 \end{cases} \\ \begin{cases} \cos x\neq 0 \\ 1+\tan^3 x+3\tan x+3\tan^2 x-3(1+\tan^2 x)-\tan x(1+\tan^2 x)=0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin^2 x=1 \\ \tan x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos^2 x=0 \\ \tan x=1 \end{array}\right.$$

**Bài 89: [Dự bị 1 ĐH B05]** $2\sqrt{2}\cos^3\left(x-\frac{\pi}{4}\right)-3\cos x-\sin x=0$

**Giải**

$$2\sqrt{2}\cos^3\left(x-\frac{\pi}{4}\right)-3\cos x-\sin x=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right]^3-3\cos x-\sin x=0$$

$$\Leftrightarrow(\cos x+\sin x)^3-3\cos x-\sin x=0$$

$$\Leftrightarrow\cos^3 x+\sin^3 x+3\cos^2 x\sin x+3\cos x\sin^2 x-3\cos x-\sin x=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\cos x=0\\ \sin^3 x-\sin x=0\end{cases}\\ \begin{cases}\cos x\neq 0\\ 1+\tan^3 x+3\tan x+3\tan^2 x-3(1+\tan^2 x)-\tan x(1+\tan^2 x)=0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin^2 x=1\\ \tan x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos^2 x=0\\ \tan x=1\end{array}\right.$$

**Bài 90: [Dự bị 2 ĐH B05]** $\tan\left(\frac{\pi}{2}+x\right)-3\tan^2 x=\frac{\cos 2x-1}{\cos^2 x}$

**Giải**

$$\tan\left(\frac{\pi}{2}+x\right)-3\tan^2 x=\frac{\cos 2x-1}{\cos^2 x}\quad(1)$$

Điều kiện : $\sin 2x\neq 0$

$$(1)\Leftrightarrow-\cot x-3\tan^2 x=-\frac{2\sin^2 x}{\cos^2 x}$$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{\tan x}+\tan^2 x=0\Leftrightarrow\tan^3 x=-1\Leftrightarrow\tan x=-1 \text{ -> } x=-\frac{\pi}{4}+k\pi\ ;\ k\in\mathbb{Z}$$

**Bài 91: [Dự bị 1 ĐH D05]** $\tan\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)+\frac{\sin x}{1+\cos x}=2$

**Giải**

$$\tan\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)+\frac{\sin x}{1+\cos x}=2\quad(1)\qquad \text{Điều kiện : } \sin x\neq 0$$

$\Leftrightarrow \cot x+\dfrac{\sin x}{1+\cos x}=2 \Leftrightarrow \dfrac{\cos x}{\sin x}+\dfrac{\sin x}{1+\cos x}=2$

$\Leftrightarrow \cos x(1+\cos x)+\sin^2 x=2\sin x(1+\cos x)$

(1) $\Leftrightarrow \cos x+\cos^2 x+\sin^2 x=2\sin x(1+\cos x)$

$\Leftrightarrow (1+\cos x)(1-2\sin x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=-1(L)\\ \sin x=\dfrac{1}{2}=\sin\dfrac{\pi}{6}\end{array}\right.$

**Bài 92: [Dự bị 2 ĐH D05]** $\sin 2x+\cos 2x+3\sin x-\cos x-2=0$

**Giải**

$\sin 2x+\cos 2x+3\sin x-\cos x-2=0$

$\Leftrightarrow 2\sin x\cos x+1-2\sin^2 x+3\sin x-\cos x-2=0$

$\Leftrightarrow 2\sin^2 x-(2\cos x+3)\sin x+\cos x+1=0$ (1)

***Chú ý*** : (1) là phương trình bậc 2 với biến $\sin x$

Ta có : $\Delta=(2\cos x+3)^2-8(\cos x+1)=(2\cos x+1)^2$

Nghiệm của (1) : $\left[\begin{array}{l}\sin x=\dfrac{2\cos x+3+2\cos x+1}{4}=\cos x+1\\ \sin x=\dfrac{2\cos x+3-2\cos x-1}{4}=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$

❖ $\sin x=\dfrac{1}{2}=\sin\dfrac{\pi}{6} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right. k\in\mathbb{Z}$

$\sin x=\cos x+1 \Leftrightarrow \sin x-\cos x=1 \Leftrightarrow \sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\sin\dfrac{\pi}{4}$

**Bài 93: [ĐH A06]** $\dfrac{2\left(\cos^6 x+\sin^6 x\right)-\sin x\cos x}{\sqrt{2}-2\sin x}=0$

**Giải**

$\dfrac{2\left(\cos^6 x+\sin^6 x\right)-\sin x\cos x}{\sqrt{2}-2\sin x}=0$ (1) điều kiện : $\sin x\neq\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(1) $\Leftrightarrow 2\left(\sin^6+\cos^6 x\right)-\sin x\cos x=0$

$\Leftrightarrow 2\left(1-\dfrac{3\sin^2 2x}{4}\right)-\dfrac{1}{2}\sin 2x=0$

$\Leftrightarrow 3\sin^2 2x+\sin 2x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 2x=1\\ \sin 2x=\dfrac{4}{3}\end{array}\right.$

$\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \; ; k \in \mathbb{Z}$

vì : $\sin x \neq \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \neq \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x \neq \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$ Nghiệm của (1): $x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$

**Bài 94: [ĐH B06]** $\cot x + \sin x\left(1 + \tan x \tan \frac{x}{2}\right) = 4$

**Giải**

$\cot x + \sin x\left(1 + \tan x \tan \frac{x}{2}\right) = 4 \quad (1)$

Điều kiện : $\begin{cases} \sin 2x \neq 0 \\ \cos \frac{x}{2} \neq 0 \end{cases}$ Ta có : $1 + \tan x . \tan \frac{x}{2} = \frac{1}{\cos x}$

$(1) \Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{\cos x} = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} = 4$

$\Leftrightarrow 2\sin 2x = 1 \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$

**Bài 95: [ĐH D06]** $\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0$

**Giải**

$\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow \cos 3x - \cos x + \cos 2x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow 2\sin 2x \sin x + 2\sin^2 x = 0$

$\Leftrightarrow 2\sin x\left(\sin 2x + \sin x\right) = 0 \Leftrightarrow 2\sin x(2\sin x \cos x - \sin x) = 0$

$\Leftrightarrow 2\sin^2 x\left(2\cos x - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \end{array}\right.$

**Bài 96: [Dự bị 1 ĐH A06]** $\cos 3x \cos^3 x - \sin 3x \sin^3 x = \frac{2 + 3\sqrt{2}}{8}$

**Giải**

$\cos 3x \cos^3 x - \sin 3x \sin^3 x = \frac{2 + 3\sqrt{2}}{8} \quad (1)$

Ta có
$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x \Leftrightarrow \cos^3 x = \frac{1}{4}(\cos 3x + 3\cos x)$$
$$\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x \Leftrightarrow \sin^3 x = \frac{1}{4}(3\sin x - \sin 3x)$$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{1}{4}\left[\cos 3x(\cos 3x + 3\cos x) - \sin 3x(3\sin x - \sin 3x)\right] = \frac{2+3\sqrt{2}}{8}$$
$$\Leftrightarrow \cos 3x(\cos 3x + 3\cos x) - \sin 3x(3\sin x - \sin 3x) = \frac{2+3\sqrt{2}}{2}$$
$$\Leftrightarrow \cos^2 x + 3\cos 3x\cos x - 3\sin 3x\sin x + \sin^2 3x = 1 + \frac{3\sqrt{2}}{2}$$
$$\Leftrightarrow 1 + 3(\cos 3x\cos x - \sin 3x\sin x) = 1 + \frac{3\sqrt{2}}{2}$$
$$\Leftrightarrow \cos 4x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow 4x = \pm\frac{\pi}{4} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$$

**Bài 97: [Dự bị 2 ĐH A06]** $2\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) + 4\sin x + 1 = 0$

**Giải**

$$2\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) + 4\sin x + 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow 2\left[\sin 2x\cos\frac{\pi}{6} - \cos 2x\sin\frac{\pi}{6}\right] + 4\sin x + 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x + 4\sin x + 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow 2\sqrt{3}\sin x\cos x + 4\sin x + 2\sin^2 x = 0$$
$$\Leftrightarrow 2\sin x\left(\sqrt{3}\cos x + \sin x + 2\right) = 0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x = 0\\ \sqrt{3}\cos x + \sin x + 2 = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = k\pi\\ \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = -1\end{array}\right.$$

**Bài 98: [Dự bị 1 ĐH B06]** $\left(2\sin^2 x - 1\right)\tan^2 2x + 3\left(2\cos^2 x - 1\right) = 0$

**Giải**

$$\left(2\sin^2 x - 1\right)\tan^2 2x + 3\left(2\cos^2 x - 1\right) = 0 \quad (1)$$

điều kiện : $\cos 2x \neq 0$


**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

$\Leftrightarrow -\cos 2x.\tan^2 2x + 3\cos 2x = 0$

$(1) \Leftrightarrow \cos 2x\left(\tan^2 2x - 3\right) = 0 \Leftrightarrow \tan^2 2x = 3$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan 2x = \sqrt{3} \\ \tan 2x = -\sqrt{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan 2x = \tan\dfrac{\pi}{3} \\ \tan 2x = \tan\left(-\dfrac{\pi}{3}\right) \end{array}\right.$$

**Bài 99: [Dự bị 2 ĐH B06]** $\cos 2x + (1 + 2\cos x)(\sin x - \cos x) = 0$

## Giải

$\cos 2x + (1 + 2\cos x)(\sin x - \cos x) = 0$

$\Leftrightarrow (\cos^2 x - \sin^2 x) + (1 + 2\cos x)(\sin x - \cos x) = 0$

$\Leftrightarrow (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x - 2\cos x - 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x - \sin x = 0 \\ \sin x - \cos x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) = 0 \\ \sin\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \sin\dfrac{\pi}{4} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x + \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x - \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi \\ x - \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \quad k \in \mathbb{Z} \\ x = \pi + k2\pi \end{array}\right.$$

**Bài 100: [Dự bị 1 ĐH D06]** $\cos^3 x + \sin^3 x + 2\sin^2 x = 1$

## Giải

$\cos^3 x + \sin^3 x + 2\sin^2 x = 1$



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)(1-\sin x\cos x)=\cos 2x$

$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)(1-\sin x\cos x)=\cos^2 x-\sin^2 x$

$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)\left[\sin x-\cos x-\sin x\cos x+1\right]=0$

$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)\left[(1+\sin x)-\cos x(1+\sin x)\right]=0$

$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)(1+\sin x)(1-\cos x)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x+\cos x=0\\ \sin x=-1\\ \cos x=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=0\\ x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\\ x=k2\pi\end{array}\right.$$

**Bài 101: [Dự bị 2 ĐH D06]** $4\sin^3 x+4\sin^2 x+3\sin 2x+6\cos x=0$

**Giải**

$4\sin^3 x+4\sin^2 x+3\sin 2x+6\cos x=0$

$\Leftrightarrow 4\sin^2 x(\sin x+1)+6\cos x(\sin x+1)=0$

$\Leftrightarrow (\sin x+1)(4\sin^2 x+6\cos x)=0$

$\Leftrightarrow (\sin x+1)\left[4(1-\cos^2 x)+6\cos x\right]=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=-1\\ 2\cos^2 x-3\cos x-2=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=-1\\ \cos x=2\\ \cos x=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$$

**Bài 102: [ĐH A07]** $\left(1+\sin^2 x\right)\cos x+\left(1+\cos^2 x\right)\sin x=1+\sin 2x$

**Giải**

$\left(1+\sin^2 x\right)\cos x+\left(1+\cos^2 x\right)\sin x=1+\sin 2x$

$\Leftrightarrow \cos x+\sin^2 x\cos x+\sin x+\cos^2 x\sin x=(\sin x+\cos x)^2$

$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)+\sin x\cos x(\sin x+\cos x)-(\sin x+\cos x)^2=0$

$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)(1+\sin x\cos x-\sin x-\cos x)=0$

$$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)(1-\sin x)(1-\cos x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x+\cos x=0\\ 1-\sin x=0\\ 1-\cos x=0\end{array}\right.$$

**Bài 103: [ĐH B07]** $2\sin^2 2x+\sin 7x-1=\sin x$

**Giải**

$2\sin^2 2x+\sin 7x-1=\sin x$



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

$\Leftrightarrow \sin 7x - \sin x + 2\sin^2 2x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow 2\cos 4x.\sin 3x - \cos 4x = 0$

$\Leftrightarrow \cos 4x\left(2\sin 3x - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 4x = 0\\ \sin 3x = \dfrac{1}{2} = \sin\dfrac{\pi}{6}\end{array}\right.$

**Bài 104: [ĐH D07]** $\left(\sin\dfrac{x}{2} + \cos\dfrac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3}\cos x = 2$

**Giải**

$\left(\sin\dfrac{x}{2} + \cos\dfrac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3}\cos x = 2$

$\Leftrightarrow 1 + \sin x + \sqrt{3}\cos x = 2$

$\Leftrightarrow \sin x + \sqrt{3}\cos x = 1$

$\Leftrightarrow \sin\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{1}{2} = \sin\dfrac{\pi}{6} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x + \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi\\ x + \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi\end{array}\right.$

**Bài 105: [Dự bị 1 ĐH A07]** $\sin 2x + \sin x - \dfrac{1}{2\sin x} - \dfrac{1}{\sin 2x} = 2\cot 2x$

**Giải**

$\sin 2x + \sin x - \dfrac{1}{2\sin x} - \dfrac{1}{\sin 2x} = 2\cot 2x$ (1) điều kiện : $\sin 2x \neq 0$

(1) $\Leftrightarrow \sin^2 2x + \sin 2x\sin x - \cos x - 1 = 2\cos 2x$

$\Leftrightarrow \sin^2 2x - 1 + \cos x(2\sin^2 x - 1) = 2\cos 2x$

$\Leftrightarrow -\cos^2 2x + \cos 2x.\cos x - 2\cos 2x = 0$

$\Leftrightarrow \cos 2x(\cos 2x + \cos x + 2) = 0$

$\Leftrightarrow \cos 2x(2\cos^2 x + \cos x + 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x = 0\\ 2\cos^2 x + \cos x + 1 = 0\ (VN)\end{array}\right.$

**Bài 106: [Dự bị 2 ĐH A07]** $2\cos^2 x + 2\sqrt{3}\sin x\cos x + 1 = 3(\sin x + \sqrt{3}\cos x)$

**Giải**

$2\cos^2 x+2\sqrt{3}\sin x\cos x+1=3(\sin x+\sqrt{3}\cos x)$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 x-1+\sqrt{3}\sin 2x+2=3(\sin x+\sqrt{3}\cos x)$

$\Leftrightarrow \cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x+2=3(\sin x+\sqrt{3}\cos x)$

$\Leftrightarrow 2+2\left(\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x\right)=6\left(\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x\right)$

$\Leftrightarrow 2+2\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=6\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$

$\Leftrightarrow 1+\cos 2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=3\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$

$\Leftrightarrow 2\cos^2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)-3\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=0$

$\Leftrightarrow \cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\left[2\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)-3\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=0\\ \cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3}{2}\end{array}\right.$

**Bài 107: [Dự bị 1 ĐH B07]** $\sin\left(\frac{5x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)-\cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\cos\frac{3x}{2}$

**Giải**

$\sin\left(\frac{5x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)-\cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\cos\frac{3x}{2}$

$\Leftrightarrow \sin\left(\frac{5x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)-\sin\left[\frac{\pi}{2}+\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)\right]=\sqrt{2}\cos\frac{3x}{2}$

$\Leftrightarrow 2\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{3x}{2}-\frac{\pi}{2}\right)=\sqrt{2}\cos\frac{3x}{2}$

$\Leftrightarrow -2\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\cos\frac{3x}{2}=\sqrt{2}\cos\frac{3x}{2}$

$\Leftrightarrow \cos\frac{3x}{2}\left[\sqrt{2}+2\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos\frac{3x}{2}=0\\ \cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.$

$\rightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{3}+\frac{k2\pi}{3}\\ x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\ ;k\in\mathbb{Z}\\ x=\pi+k2\pi\end{array}\right.$

**Bài 108: [Dự bị 2 ĐH B07]** $\frac{\sin 2x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\sin x}=\tan x-\cot x$

**Giải**

$\frac{\sin 2x}{\cos x}+\frac{\cos 2x}{\sin x}=\tan x-\cot x \quad (1)$ điều kiện : $\sin 2x\neq 0$



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

$(1) \Leftrightarrow \dfrac{\cos 2x.\cos x + \sin 2x.\sin x}{\sin x \cos x} = \dfrac{\sin x}{\cos x} - \dfrac{\cos x}{\sin x}$

$\Leftrightarrow \dfrac{\cos x}{\sin x \cos x} = \dfrac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x \cos x}$

$\Leftrightarrow \cos x + \cos 2x = 0$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = -1 \;\; (L) \\ \cos x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$

**Bài 109: [Dự bị 1 ĐH D07]** $2\sqrt{2}\sin\left(x - \dfrac{\pi}{12}\right)\cos x = 1$

## Giải

$2\sqrt{2}\sin\left(x - \dfrac{\pi}{12}\right)\cos x = 1$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}\left[\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{12}\right) - \sin\dfrac{\pi}{12}\right] = 1$

$\Leftrightarrow \sin\left(2x - \dfrac{\pi}{12}\right) - \sin\dfrac{\pi}{12} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow \sin\left(x - \dfrac{\pi}{12}\right) = \sin\dfrac{\pi}{4} + \sin\dfrac{\pi}{12} = 2\sin\dfrac{\pi}{6}\cos\dfrac{\pi}{12}$

$\Leftrightarrow \sin\left(x - \dfrac{\pi}{12}\right) = \cos\dfrac{\pi}{12} = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{5\pi}{12}\right) = \sin\dfrac{5\pi}{12}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x - \dfrac{\pi}{12} = \dfrac{5\pi}{12} + k2\pi \\ 2x - \dfrac{\pi}{12} = \dfrac{7\pi}{12} + k2\pi \end{array}\right.$

**Bài 110: [Dự bị 2 ĐH D07]** $(1 - \tan x)(1 + \sin 2x) = 1 + \tan x$

## Giải

$(1 - \tan x)(1 + \sin 2x) = 1 + \tan x$ (1) điều kiện : $\cos x \neq 0$

$(1) \Leftrightarrow \dfrac{\cos x - \sin x}{\cos x}.(\sin x + \cos x)^2 = \dfrac{\sin x + \cos x}{\cos x}$

$\Leftrightarrow (\cos x - \sin x)(\sin x + \cos x)^2 = \cos x + \sin x$

$\Leftrightarrow (\cos x + \sin x)\big((\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x) - 1\big) = 0$

$\Leftrightarrow (\cos x + \sin x)(\cos^2 x - \sin^2 x - 1) = 0$

$\Leftrightarrow (\cos x + \sin x)(\cos 2x - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x + \sin x = 0 \\ \cos 2x = 1 \end{array}\right.$


**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=0\\ \cos 2x=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k\pi\\ 2x=k\pi\end{array}\right.$$

**Bài 111: [ĐH A08]** $\frac{1}{\sin x}+\frac{1}{\sin\left(x-\frac{3\pi}{2}\right)}=4\sin\left(\frac{7\pi}{4}-x\right)$

## Giải

$$\frac{1}{\sin x}+\frac{1}{\sin\left(x-\frac{3\pi}{2}\right)}=4\sin\left(\frac{7\pi}{4}-x\right)\ (1)$$

Điều kiện : $\sin x\neq 0$ và $\sin\left(x-\frac{3\pi}{2}\right)\neq 0$

$$(1)\Leftrightarrow \frac{1}{\sin x}+\frac{1}{\cos x}=-2\sqrt{2}(\sin x+\cos x)$$

***Chú ý*** : $\sin\left(x-\frac{3\pi}{2}\right)=\cos x$

$$\sin\left(\frac{7\pi}{4}-x\right)=-\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin x+\cos x)$$

$$(1)\Leftrightarrow \frac{1}{\sin x}+\frac{1}{\cos x}=-2\sqrt{2}(\sin x+\cos x)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin x+\cos x}{\sin x\cos x}=-2\sqrt{2}(\sin x+\cos x)$$

$$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)\left(\frac{1}{\sin x\cos x}+2\sqrt{2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow 2(\sin x+\cos x)\left(\frac{1+\sqrt{2}\sin 2x}{\sin 2x}\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x+\cos x=0\\ \sin 2x=-\frac{\sqrt{2}}{2}=\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\end{array}\right.$$

**Bài 112: [ĐH B08]** $\sin^3 x-\sqrt{3}\cos^3 x=\sin x\cos^2 x-\sqrt{3}\sin^2 x\cos x$

## Giải

$$\sin^3 x-\sqrt{3}\cos^3 x=\sin x\cos^2 x-\sqrt{3}\sin^2 x\cos x$$

$$\Leftrightarrow \sin x(\cos^2 x-\sin^2 x)+\sqrt{3}\cos x(\cos^2 x-\sin^2 x)=0$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x(\sin x+\sqrt{3}\cos x)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x=0\\ \sin x+\sqrt{3}\cos x=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x=0\\ \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=0\end{array}\right.$$



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

$2\sin x\left(1+\cos 2x\right)+\sin 2x=1+2\cos x$

$\Leftrightarrow 4\sin x\cos^2 x+\sin 2x=1+2\cos x$

$\Leftrightarrow \sin 2x(2\cos x+1)-(1+2\cos x)=0$

$\Leftrightarrow (2\cos x+1)(\sin 2x-1)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2\cos x=-1\\ \sin 2x=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=-\dfrac{1}{2}\\ \sin 2x=1\end{array}\right.$

**Bài 113[ĐH D08]** $2\sin x\left(1+\cos 2x\right)+\sin 2x=1+2\cos x$

**Giải**

$2\sin x\left(1+\cos 2x\right)+\sin 2x=1+2\cos x$

$\Leftrightarrow 4\sin x\cos^2 x+\sin 2x=1+2\cos x$

$\Leftrightarrow \sin 2x(2\cos x+1)-(1+2\cos x)=0$

$\Leftrightarrow (2\cos x+1)(\sin 2x-1)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2\cos x=-1\\ \sin 2x=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=-\dfrac{1}{2}\\ \sin 2x=1\end{array}\right.$

**Bài 114: [CĐ 08]** $\sin 3x-\sqrt{3}\cos 3x=2\sin 2x$

**Giải**

$\sin 3x-\sqrt{3}\cos 3x=2\sin 2x$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin 3x-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 3x=\sin 2x$

$\Leftrightarrow \sin\left(3x-\frac{\pi}{3}\right)=\sin 2x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3x-\dfrac{\pi}{3}=2x+k2\pi\\ 3x-\dfrac{\pi}{3}=\pi-2x+k2\pi\end{array}\right. \quad k\in\mathbb{Z}$

**Bài 115: [Dự bị 1 ĐH A08]** $\tan x=\cot x+4\cos^2 2x$

**Giải**

$\tan x=\cot x+4\cos^2 2x \quad (1) \qquad$ điều kiện : $\sin 2x\neq 0$

$(1)\Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sin x}-\frac{\sin x}{\cos x}+4\cos^2 2x=0$



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

$\Leftrightarrow \cos 2x + 2\cos^2 2x \sin 2x = 0$

$\Leftrightarrow \cos 2x + \sin 4x.\cos 2x = 0$

$$\Leftrightarrow \cos 2x(1+\sin 4x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x = 0 \\ \sin 4x = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ 4x = -\dfrac{\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$$

**Bài 116: [Dự bị 2 ĐH A08]** $\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) + \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

**Giải**

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{2}}(\sin 2x - \cos 2x) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}(\sin x - \cos x + 1)$

$\Leftrightarrow \sin 2x - \sin x - (1 + \cos 2x) + \cos x = 0$

$\Leftrightarrow \sin x(2\cos x - 1) - 2\cos^2 x + \cos x = 0$

$\Leftrightarrow \sin x(2\cos x - 1) - \cos x(2\cos x - 1) = 0$

$\Leftrightarrow (2\cos x - 1)(\sin x - \cos x) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\cos x - 1 = 0 \\ \sin x - \cos x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = \dfrac{1}{2} \\ \sin\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) = 0 \end{array}\right.$$

**Bài 117: [Dự bị 1 ĐH B08]** $2\sin\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) - \sin\left(2x - \dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{1}{2}$

**Giải**

$$2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

$\Leftrightarrow \sin x+\sqrt{3}\cos x-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x\right)=\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \sin x+\sqrt{3}\cos x-\sqrt{3}\sin x\cos x+\frac{1-2\sin^2 x}{2}=\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \sqrt{3}\cos x\left(1-\sin x\right)+\sin x\left(1-\sin x\right)=0$

$\Leftrightarrow (1-\sin x)(\sqrt{3}\cos x+\sin x)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=1\\ \sqrt{3}\cos x+\sin x=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\\ \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=0\end{array}\right.$

**Bài 118: [Dự bị 2 ĐH B08]** $3\sin x+\cos 2x+\sin 2x=4\sin x\cos^2\frac{x}{2}$

**Giải**

$3\sin x+\cos 2x+\sin 2x=4\sin x\cos^2\frac{x}{2}$

$\Leftrightarrow 3\sin x+\cos 2x+\sin 2x=4\sin x\left(\frac{1+\cos x}{2}\right)$

$\Leftrightarrow 3\sin x+\cos 2x+\sin 2x=2\sin x+\sin 2x$

$\Leftrightarrow \cos 2x+\sin x=0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x-\sin x-1=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=1\\ \sin x=-\frac{1}{2}=\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\end{array}\right.$

**Bài 119: [Dự bị 1 ĐH D08]** $4\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)+\cos 4x+\sin 2x=0$

**Giải**

$4\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)+\cos 4x+\sin 2x=0$

$\Leftrightarrow 4\left(1-\frac{\sin^2 2x}{2}\right)+1-2\sin^2 2x+\sin 2x=0$

$\Leftrightarrow 4\sin^2 2x-\sin 2x-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 2x=-1\\ \sin 2x=\frac{5}{4}(L)\end{array}\right.$

**Bài 120: [Dự bị 2 ĐH D08]** $\frac{\tan^2 x+\tan x}{\tan^2 x+1}=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

**Giải**

$$\frac{\tan^2 x+\tan x}{\tan^2 x+1}=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\quad (1)\quad \text{điều kiện : } \cos x\neq 0$$

$$(1)\Leftrightarrow \frac{\tan^2 x+\tan x}{\tan^2 x+1}=\frac{1}{2}(\sin x+\cos x)$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 x\left(\tan^2 x+\tan x\right)=\sin x+\cos x$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 x\left(\frac{\sin^2 x+\sin x\cos x}{\cos^2 x}\right)=\sin x+\cos x$$

$$\Leftrightarrow 2\sin x(\sin x+\cos x)-(\sin x+\cos x)=0$$

$$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)(2\sin x-1)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x+\cos x=0\\ 2\sin x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=0\\ \sin x=\frac{1}{2}=\cos\frac{\pi}{6}\end{array}\right.$$

**Bài 121:** **[ĐH A09]** $\frac{(1-2\sin x)\cos x}{(1+2\sin x)(1-\sin x)}=\sqrt{3}$

## Giải

$$\frac{(1-2\sin x)\cos x}{(1+2\sin x)(1-\sin x)}=\sqrt{3}\quad (1)\quad \text{điều kiện : }\begin{cases}\sin x\neq 1\\ \sin x\neq -\frac{1}{2}\end{cases}$$

$$(1)\Leftrightarrow (1-2\sin x)\cos x=\sqrt{3}(1+\sin 2x)(1-\sin x)$$

$$\Leftrightarrow \cos x-\sin 2x=\sqrt{3}\left(1+\sin x-2\sin^2 x\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos x-\sin 2x=\sqrt{3}\left(\cos 2x+\sin x\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos x-\sqrt{3}\sin x=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x=\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x-\frac{\pi}{6}=x+\frac{\pi}{3}+k2\pi\\ 2x-\frac{\pi}{6}=-x-\frac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\\ x=-\frac{\pi}{18}+\frac{k2\pi}{3}\end{array}\right. k\in\mathbb{Z}$$

**Bài 122:** **[ĐH B09]** $\sin x+\cos x\sin 2x+\sqrt{3}\cos 3x=2\left(\cos 4x+\sin^3 x\right)$

**Giải**

$$\sin x+\cos x\sin 2x+\sqrt{3}\cos 3x=2\left(\cos 4x+\sin^3 x\right)$$

$$\Leftrightarrow \sin x\left(1-2\sin^2 x\right)+\cos x\sin 2x+\sqrt{3}\cos 3x=2\cos 4x$$

$$\Leftrightarrow \sin x\cos 2x+\cos x\sin 2x+\sqrt{3}\cos 3x=2\cos 4x$$

$$\Leftrightarrow \sin 3x+\sqrt{3}\cos 3x=2\cos 4x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin 3x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 3x=\cos 4x$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(3x-\frac{\pi}{6}\right)=\cos 4x\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4x=3x-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ 4x=-3x+\frac{\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$$

**Bài 123: [ĐH D09]** $\sqrt{3}\cos 5x-2\sin 3x\cos 2x-\sin x=0$

**Giải**

$$\sqrt{3}\cos 5x-2\sin 3x\cos 2x-\sin x=0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\cos 5x-\left(\sin 5x+\sin x\right)-\sin x=0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\cos 5x-\sin 5x=2\sin x\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 5x-\frac{1}{2}\sin 5x=\sin x$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{3}-5x\right)=\sin x\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{3}-5x+k2\pi\\ x=\frac{2\pi}{3}+5x+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}6x=\frac{\pi}{3}+k2\pi\\ -4x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.$$

**Bài 124: [CĐ 09]** $(1+2\sin x)^2\cos x=1+\sin x+\cos x$

**Giải**

$$(1+2\sin x)^2\cos x=1+\sin x+\cos x$$

$$\Leftrightarrow (1+4\sin x+4\sin^2 x)\cos x=1+\sin x+\cos x$$

$$\Leftrightarrow \cos x+2\sin 2x+4\sin^2 x\cos x-1-\sin x-\cos x=0$$

$$\Leftrightarrow \left(2\sin 2x-1\right)+\sin x\left(2\sin 2x-1\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 2x=\frac{1}{2}=\sin\frac{\pi}{6}\\ \sin x=-1\end{array}\right.$$

**Bài 125: [ĐH A10]** $\dfrac{\left(1+\sin x+\cos 2x\right)\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{1+\tan x}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\cos x$

**Giải**



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

$$\frac{\left(1+\sin x+\cos 2x\right)\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{1+\tan x}=\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x$$. Điều kiện: $\begin{cases}\cos x\neq 0\\ \tan x\neq -1\end{cases}$

$$\text{pt}\Leftrightarrow \frac{\left(1+\sin x+\cos 2x\right)\left(\sin x+\cos x\right)}{1+\frac{\sin x}{\cos x}}=\cos x$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cos x\left(1+\sin x+\cos 2x\right)\left(\sin x+\cos x\right)}{\cos x+\sin x}=\cos x$$

$$\Leftrightarrow 1+\sin x+\cos 2x=0\Leftrightarrow 2\cos^2 x+\sin x=0\Leftrightarrow 2\left(1-\sin^2 x\right)+\sin x=0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin^2 x-\sin x-2=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=\frac{1+\sqrt{17}}{4}>1\ \text{(loại)}\\ \sin x=\frac{1-\sqrt{17}}{4}\ \ \text{(thỏa đk)}\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=\arcsin\left(\frac{1-\sqrt{17}}{4}\right)+k2\pi\\ x=\pi-\arcsin\left(\frac{1-\sqrt{17}}{4}\right)+k2\pi\end{array}\right.\ \left(k\in Z\right)$$

**Bài 126: [ĐH B10]** $\left(\sin 2x+\cos 2x\right)\cos x+2\cos 2x-\sin x=0$

**Giải**

(sin2x + cos2x)cosx + 2cos2x – sinx = 0

$\Leftrightarrow$ cos2x (cosx + 2) + sinx ($2\cos^2 x$ – 1) = 0

$\Leftrightarrow$ cos2x (cosx + 2) + sinx.cos2x = 0

$\Leftrightarrow$ cos2x (cosx + sinx + 2 = 0) $\Leftrightarrow$ cos2x = 0

$\Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+k\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}\ (k\in Z)$

**Bài 127: [ĐH D10]** $\sin 2x-\cos 2x+3\sin x-\cos x-1=0$

**Giải**

*Các anh (chị) tự giải.*



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

**Bài 128: [ĐH A11]** $\frac{1+\sin 2x+\cos 2x}{1+\cot^2 x}=\sqrt{2}\sin x\sin 2x$

**Giải**

$\frac{1+\sin 2x+\cos 2x}{1+\cot^2 x}=\sqrt{2}.\sin x.\sin 2x$

$\Leftrightarrow \sin^2 x(1+\sin 2x+\cos 2x)=2\sqrt{2}\sin^2 x\cos x$ (ĐK : $\sin x \neq 0$)

$\Leftrightarrow 1+\sin 2x+\cos 2x=2\sqrt{2}\cos x$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 x+2\sin x\cos x-2\sqrt{2}\cos x=0$

$\Leftrightarrow 2\cos x(\cos x+\sin x-\sqrt{2})=0$

$\Leftrightarrow$ cosx = 0 hay cosx + sinx = $\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow$ cosx = 0 hay $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1$

$\Leftrightarrow$ x = $\frac{\pi}{2}+k\pi$ hay x = $\frac{\pi}{4}+k2\pi$ ($k \in Z$)

**Bài 129: [DB A11]** $9\sin x+6\cos x-3\sin 2x+\cos 2x=8$

**Giải**

Tham khảo thêm

**Bài 130: [ĐH B11]** $\sin 2x\cos x+\sin x\cos x=\cos 2x+\sin x+\cos x$

**Giải**

Phương trình đã cho tương đương :

$2\sin x\cos^2 x + \sin x\cos x = 2\cos^2 x - 1 + \sin x + \cos x$

$\Leftrightarrow$ sinxcosx (2cosx + 1) = cosx (2cosx + 1) – 1 + sinx

$\Leftrightarrow$ cosx(2cosx + 1)(sinx – 1) – sinx + 1 = 0

$\Leftrightarrow$ sinx = 1 hay cosx(2cosx + 1) – 1 = 0

$\Leftrightarrow$ x = $\frac{\pi}{2}+k2\pi$ hay $2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow$ x = $\frac{\pi}{2}+k2\pi$ hay cosx = – 1 hay cosx = $\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow$ x = $\frac{\pi}{2}+k2\pi$ hay x = π + k2π hay x = $\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$ ($k \in Z$)



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

**Bài 131: [ĐH D11]** $\dfrac{\sin 2x+2\cos x-\sin x-1}{\tan x+\sqrt{3}}=0$

**Giải**

$\dfrac{\sin 2x+2\cos x-\sin x-1}{\tan x+\sqrt{3}}=0$ đk : $\text{tg}\, x\neq-\sqrt{3}$; $\cos x\neq 0$

Pt ⇔ sin2x + 2cosx – sinx – 1 = 0 ⇔ 2sinxcosx + 2cosx – (sinx + 1) = 0

⇔ 2cosx (sinx + 1) – (sinx + 1)= 0 ⇔ (2cosx – 1)(sinx + 1) = 0

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=\dfrac{1}{2}\\ \sin x=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.$ so đk ta có nghiệm của pt : $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\quad(k\in\mathbb{Z})$

**Bài 132: [ĐH A12]** $\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x=2\cos x-1$

**Giải**

$\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x=2\cos x-1\Leftrightarrow 2\sqrt{3}\sin x\cos x+2\cos^2 x-1=2\cos x-1$

$\Leftrightarrow\cos x\left(\sqrt{3}\sin x+\cos x-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\dfrac{1}{2}\cos x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\\ \sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\\ x+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{6}+m2\pi\\ x+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{5\pi}{6}+n2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\\ x=m2\pi\\ x=\dfrac{2\pi}{3}+n2\pi\end{array}\right.\quad(k,n,m\in\mathbb{Z})$

**Bài 133: [ĐH B12]** $2(\cos x+\sqrt{3}\sin x)\cos x=\cos x-\sqrt{3}\sin x+1.$

**Giải**

$2(\cos x+\sqrt{3}\sin x)\cos x=\cos x-\sqrt{3}\sin x+1$



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

$\Leftrightarrow (2\cos x+1)(\cos x-1)+\sqrt{3}\sin x(2\cos x+1)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\cos x+1=0 \\ \cos x+\sqrt{3}\sin x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x=-\dfrac{1}{2} \\ \cos\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi \\ x=k2\pi \end{array}\right.$

**Bài 134: [ĐH D12]** $\sin 3x + \cos 3x - \sin x + \cos x = \sqrt{2}\cos 2x$

**Giải**

$\sin 3x + \cos 3x - \sin x + \cos x = \sqrt{2}\cos 2x \Leftrightarrow \sin 3x - \sin x + \cos 3x + \cos x = \sqrt{2}\cos 2x$

$\Leftrightarrow 2\sin x\cos 2x + 2\cos 2x\cos x = \sqrt{2}\cos 2x \Leftrightarrow \cos 2x = 0$ hay $2\sin x + 2\cos x = \sqrt{2}$

$\Leftrightarrow \cos 2x = 0$ hay $\sin(x+\frac{\pi}{4})=\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$ hay $x = -\frac{\pi}{12}+k2\pi$ hay $x = \frac{7\pi}{12}+k2\pi$ (với $k \in Z$).

**Bài 135: [ĐH A13]** $1+\tan x=2\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

**Giải**

$1+\tan x=2(\sin x+\cos x)$

$\Leftrightarrow \cos x+\sin x = 2(\sin x+\cos x)\cos x$ (hiển nhiên $\cos x=0$ không là nghiệm)

$\Leftrightarrow \sin x+\cos x=0$ hay $\cos x =\frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \tan x=-1$ hay $\cos x =\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{4}+k\pi \; hay \; x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$

**Bài 136: [ĐH B13]** $\sin 5x+2\cos^2 x=1$

**Giải**

$\sin 5x+2\cos^2 x=1 \Leftrightarrow \sin 5x = 1 - 2\cos^2 x = -\cos 2x = \sin(2x - \pi/2)$

$\Leftrightarrow 5x = 2x - \frac{\pi}{2} + k2\pi$ hay $5x = \pi - 2x + \frac{\pi}{2} + k2\pi$, $k \in Z$

$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6}+\frac{k2\pi}{3}$ hay $x = \frac{3\pi}{14}+\frac{k2\pi}{7}$, $k \in Z$

**Bài 137: [ĐH D13]** $\sin 3x+\cos 2x-\sin x=0$

**Giải**

$\sin 3x + \cos 2x - \sin x = 0$

$\Leftrightarrow 2\cos 2x \sin x + \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x(2\sin x + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x = 0 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in Z \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \;\; hay \;\; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in Z \end{array}\right.$$

**Bài 138:** Giải phương trình : $\frac{1}{\sqrt{2}}\cot x + \frac{\sin 2x}{\sin x + \cos x} = 2\sin(x + \frac{\pi}{2})$

**Giải**

PT $\Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sqrt{2}\sin x} + \frac{2\sin x \cos x}{\sin x + \cos x} - 2\cos x = 0 \Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sqrt{2}\sin x} - \frac{2\cos^2 x}{\sin x + \cos x} = 0$

$\Leftrightarrow \cos x\left(\sin(x + \frac{\pi}{4}) - \sin 2x\right) = 0$

+) $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, \; k \in \mathbb{Z}.$

+) $\sin 2x = \sin(x + \frac{\pi}{4}) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = x + \frac{\pi}{4} + m2\pi \\ 2x = \pi - x - \frac{\pi}{4} + n2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + m2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{n2\pi}{3} \end{array}\right. \quad m, n \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{t2\pi}{3}, \; t \in \mathbb{Z}.$

Đối chiếu điều kiện ta có nghiệm của pt là $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; \quad x = \frac{\pi}{4} + \frac{t2\pi}{3}, \; k, t \in \mathbb{Z}.$

**Bài 139**: Giải phương trình $8\cos^4(x + \frac{\pi}{4}) + \sin 4x = 2.\frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$

**Giải**

Đk: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$,ta có $\sqrt{2}\cos(x + \frac{\pi}{4}) = \cos x - \sin x, 1 - \sin 2x = (\cos x - \sin)^2$

$\Leftrightarrow (\cos x - \sin x)^4 = (\cos^2 x - \sin^2 x)(1 - \sin 2x)$

$\Leftrightarrow (\cos x - \sin x)^4 = (\cos x - \sin x)^3(\sin x + \cos x)$

$\Leftrightarrow sin\,x(cos\,x - sin\,x)^3 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} sin\,x = 0 \\ cos\,x - sin\,x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ tan\,x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{array}\right.$

Vậy pt có 2 nghiệm: $\left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{array}\right.$

**Bài 140:** Giải phương trình $5\sin\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) - 3(1 - \cos x)\cot^2 x = 2$

**Giải**

ĐKXĐ $x \neq k\pi, k \in Z$

Pt(1) $\Leftrightarrow 5\cos x - 3(1 - \cos x)\frac{\cos^2 x}{1 - \cos^2 x} = 2$

$\Leftrightarrow 5\cos x - \frac{3\cos^2 x}{1 + \cos x} = 2 \Leftrightarrow 2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = -2 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{array}\right.$

- $\cos x = -2$ vô nghiệm

$\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + l2\pi, l \in Z$, thỏa mãn điều kiện.

**Bài 141:** Giải ph□ơng trình: $\frac{1}{\tan x + \cot 2x} = \frac{\sqrt{2}(\cos x - \sin x)}{\cot x - 1}$

**Giải**

Điều kiện:sinx.cosx $\neq 0$ và cotx $\neq 1$

Phơng trình tơng đơng

$$\frac{1}{\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos 2x}{\sin 2x}} = \frac{\sqrt{2}(\cos x - \sin x)}{\frac{\cos x}{\sin x} - 1}$$

$\Rightarrow$cosx = $\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\Rightarrow$x = $\pm\frac{\pi}{4} + k2\pi$

Đối chiếu điều kiện pt có 1 họ nghiệm x = $-\frac{\pi}{4} + k2\pi$

**Bài 142:** Giải phương trình sin2x + cosx-$\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$-1= 0.

**Giải**

Pt đã cho tương đương: $\sin 2x+\cos x-(\sin x-\cos x)-1=0 \Leftrightarrow 2\cos x(\sin x+1)-\sin x-1=0$

$\Leftrightarrow (\sin x+1)(2\cos x-1)=0 \Leftrightarrow \sin x=-1$ hoặc $\cos x=\frac{1}{2}$

- $\sin x=-1 \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi.$
- $\cos x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+2k\pi$ .

Vậy, nghiệm của phương trình đã cho là: $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$ ; $x=\pm\frac{\pi}{3}+2k\pi$ $(k\in Z)$.

**Bài 143:** Giải phương trình : $2\cos 3x.\cos x+\sqrt{3}(1+\sin 2x)=2\sqrt{3}\cos^2(2x+\frac{\pi}{4})$

**Giải**

$$PT \Leftrightarrow \cos 4x+\cos 2x+\sqrt{3}(1+\sin 2x)=\sqrt{3}\left(1+\cos(4x+\frac{\pi}{2})\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos 4x+\sqrt{3}\sin 4x+\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x=0$$

$$\Leftrightarrow \sin(4x+\frac{\pi}{6})+\sin(2x+\frac{\pi}{6})=0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin(3x+\frac{\pi}{6}).\cos x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{18}+k\frac{\pi}{3} \\ x=\frac{\pi}{2}+k\pi \end{array}\right.$$

Vậy PT có hai nghiệm $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$ và $x=-\frac{\pi}{18}+k\frac{\pi}{3}$.

**Bài 144:** Giải phương trình: $\sin x.\sin 4x=2\sqrt{2}.\cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right)-4\sqrt{3}.\cos^2 x.\sin x.\cos 2x$

**Giải**

ĐK: Ta có: $\sin x.\sin 4x = 2\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right) - \sqrt{3}.\cos x.\sin 4x$

$\Leftrightarrow \sin 4x\left(\sin x + \sqrt{3}\cos x\right) = 2\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right)$

$\Leftrightarrow \left(\sin 4x - \sqrt{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 4x = \sqrt{2} \quad (vn)\\ \cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right) = 0\end{array}\right.$

Với : $\cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{3} - k\pi \quad (k \in Z)$

**Bài 145:** Giải phương trình $\sqrt{3}\cos 2x + \sin 2x - (4+\sqrt{3})\cos x - \sin x + 2 + \sqrt{3} = 0$

## Giải

$pt \Leftrightarrow \sqrt{3}(2\cos^2 x - 1) + 2\sin x.\cos x - (4+\sqrt{3})\cos x - \sin x + 2 + \sqrt{3} = 0$

$\Leftrightarrow (2\sin x.\cos x - \sin x) + 2\sqrt{3}\cos^2 x - (4+\sqrt{3})\cos x + 2 = 0$

$\Leftrightarrow \sin x\,(2\cos x - 1) + (2\cos x - 1)(\sqrt{3}\cos x - 2) = 0$

$\Leftrightarrow (2\cos x - 1)\left(\sin x + \sqrt{3}\cos x - 2\right) = 0$

$pt \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = \frac{1}{2} \quad (1)\\ \sin x + \sqrt{3}\cos x - 2 = 0 \quad (2)\end{array}\right.$

$(1) \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} = k2\pi \quad (k \in Z)$

$(2) \Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x = 1 \quad \Leftrightarrow \sin(x + \frac{\pi}{3}) = 1 \quad \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in Z)$

**Bài 146:** Giải phương trình $(1-\cos x)\cot x + \cos 2x + \sin x = \sin 2x$.

## Giải

Điều kiện: $\begin{cases}\cos x.\sin 2x.\sin x.\left(\tan x + \cot 2x\right) \neq 0\\ \cot x \neq 1\end{cases}$

Từ (1) ta có: $\dfrac{1}{\dfrac{\sin x}{\cos x}+\dfrac{\cos 2x}{\sin 2x}}=\dfrac{\sqrt{2}\left(\cos x-\sin x\right)}{\dfrac{\cos x}{\sin x}-1}\Leftrightarrow\dfrac{\cos x.\sin 2x}{\cos x}=\sqrt{2}\sin x$

$\Leftrightarrow 2\sin x.\cos x=\sqrt{2}\sin x$

$\Leftrightarrow \cos x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Giao với điều kiện, ta được họ nghiệm của phương trình đã cho là $x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

**Bài 147:** Giải phương trình $(1-\cos x)\cot x+\cos 2x+\sin x=\sin 2x$.

**Giải**

Phương trình $(1-\cos x)\cot x+\cos 2x+\sin x=\sin 2x$ (1)

Điều kiện: $\sin x\neq 0\Leftrightarrow x\neq k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$

Khi đó: (1) $\Leftrightarrow (1-\cos x)\dfrac{\cos x}{\sin x}+\cos 2x+\sin x=\sin 2x$

$\Leftrightarrow \cos x-\cos^2 x+\cos 2x\sin x+\sin^2 x=2\sin^2 x\cos x$

$\Leftrightarrow \cos x(1-2\sin^2 x)+\cos 2x\sin x-(\cos^2 x-\sin^2 x)=0$

$\Leftrightarrow \cos x\cos 2x+\cos 2x\sin x-\cos 2x=0\Leftrightarrow\cos 2x(\cos x+\sin x-1)=0$

$\Leftrightarrow \cos 2x=0\vee\cos x+\sin x-1=0$

$+\ \cos 2x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}\ \ (k\in\mathbb{Z})$.

$+\cos x+\sin x-1=0\Leftrightarrow\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow x-\dfrac{\pi}{4}=\pm\dfrac{\pi}{4}+l2\pi\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}+l2\pi\\ x=l2\pi\end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện phương trình đã cho có các nghiệm là:

$x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2},\ x=\dfrac{\pi}{2}+l2\pi\ \ (k,l\in\mathbb{Z})$.

**Bài 148:** Giải ph□ơng trình sau: $2.\sin^2\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)-\sin\left(2x+\dfrac{2017\pi}{2}\right)=1-\tan x$

**Giải**

Điều kiện: $\cos x\neq 0\Leftrightarrow x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi\ \ (k\in Z)$

+Với đk trên pt đã cho t□ơng đ□ơng:

$$1-\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)-\sin(2x+\frac{\pi}{2}+1008\pi)=1-\tan x$$

$$\Leftrightarrow 1-\sin 2x-\cos 2x=1-\tan x$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x+\cos 2x-\tan x=0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin x.\cos x+2\cos^2 x-(1+\frac{\sin x}{\cos x})=0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos x.(\sin x+\cos x)-\frac{\sin x+\cos x}{\cos x}=0$$

$$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x).(2\cos x-\frac{1}{\cos x})=0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(x+\pi/4\right).\cos 2x=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin\left(x+\pi/4\right)=0\\ \cos 2x=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\pi/4+k\pi\\ x=\pi/4+\dfrac{k\pi}{2}\end{array}\right. \text{ (tmđk)}$$

Vậy pt đã cho có 1 họ nghiệm: $x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}$ (họ $\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}$ chứa $-\pi/4+k\pi$)

| |
|---|
| **Bài 149:** Giải phương trình sau: $\cos 2x-\tan^2 x=\dfrac{\cos^2 x+\cos^3 x-1}{\cos^2 x}$ |

**Giải**

ĐK cosx $\neq 0$, pt được đưa về $\cos 2x-\tan^2 x=1+\cos x-(1+\tan^2 x)\Leftrightarrow 2\cos^2 x-\cos x-1=0$

Giải tiếp được cosx = 1 và cosx = 0,5 rồi đối chiếu đk để đưa ra ĐS:

$x=k2\pi, x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi$; hay $x=k\frac{2\pi}{3}$.

| |
|---|
| **Bài 150:** Giải phương trình: $\dfrac{(1-\cos x)\cos x}{(1+\cos x)(1-2\cos x)}=\dfrac{1}{\tan x}$ $(x\in\mathbb{R})$ |

**Giải**

$$\frac{(1-\cos x)\cos x}{(1+\cos x)(1-2\cos x)}=\frac{1}{\tan x} \qquad (1)$$

ĐK:

$$\begin{cases} \cos x \neq -1 \\ \cos x \neq \dfrac{1}{2} \\ \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x \neq 0 \\ \cos x \neq \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

PT(1) $\Leftrightarrow \sin x - \sin x.\cos x = 1 - \cos x - 2\cos^2 x$

$\Leftrightarrow \sin x + \cos x - 1 - \sin x.\cos x + 2(1-\sin x)(1+\sin x) = 0$

$\Leftrightarrow (1-\sin x)(2\sin x + \cos x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \sin x = 1 & (Loai) \\ 2\sin x + \cos x + 1 = 0 & \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow 2\sin x + \cos x = -1$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = \pi + k2\pi & (loai) \\ x = -2\alpha + k2\pi & (T/m) \end{array}\right.$

Vậy PT (1) có các nghiệm $x = -2\alpha + k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$

Với $\alpha$ thỏa mãn:

$$\begin{cases} \cos\alpha = \dfrac{2}{\sqrt{5}} \\ \sin\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

**Bài 151:** Giải phương trình: $\sin^3 x - \cos^3 x = \cos 2x.\cot\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right).\cot\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$

**Giải**

* *Giải phương trình:* $\sin^3 x - \cos^3 x = \cos 2x.\cot\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right).\cot\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$ (1)

$PT(1) \Leftrightarrow \cos^3 x - \sin^3 x = \cos 2x.\cot(\dfrac{\pi}{4} + x).\cot(\dfrac{\pi}{4} - x)$ (2)

**** ĐK:***

$\sin(\dfrac{\pi}{4} + x).\sin(\dfrac{\pi}{4} - x) \neq 0 \Leftrightarrow \sin(\dfrac{\pi}{4} - x).\cos(\dfrac{\pi}{4} - x) \neq 0 \Leftrightarrow \sin(\dfrac{\pi}{2} - 2x) \neq 0$

$\Leftrightarrow \cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}$

$PT(2) \Leftrightarrow \cos^3 x - \sin^3 x = \cos 2x \Leftrightarrow (\cos x - \sin x)(1 + \sin x.\cos x) = (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x - \sin x = 0\\ 1 + \sin x.\cos x = \cos x + \sin x\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x = 1\\ (1-\cos x)(1-\sin x) = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x = 1\\ \sin x = 1\\ \cos x = 1\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = k2\pi$$

- Kết hợp với điều kiện ta được 2 họ nghiệm : $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = k2\pi$ , $k \in \mathbb{Z}$

**Bài 152:** Giải phương trình: $2\sqrt{2}\cos 2x + \sin 2x \cos\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) - 4\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$.

**Giải**

$$\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)\left[4(\cos x - \sin x) - \sin 2x - 4\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \text{ ; } x = k2\pi; \ x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi$$

**Bài 153:** Giải phương trình: $\sin^2 3x - \cos^2 4x = \sin^2 5x - \cos^2 6x$

**Giải**

$$\sin^2 3x - \cos^2 4x = \sin^2 5x - \cos^2 6x \Leftrightarrow \cos x(\cos 7x - \cos 11x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{k\pi}{2}\\ x = \frac{k\pi}{9}\end{array}\right.$$

**Bài 154:** Tìm nghiệm trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình:

$$4\sin^2\left(\pi - \frac{x}{2}\right) - \sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = 1 + 2\cos^2\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)$$

**Giải**

**(2)** $\Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}x = \frac{5\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} (k \in Z) & (a)\\ x = \frac{5\pi}{6} + l2\pi \ \ (l \in Z) & (b)\end{array}\right.$


**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

**Bài 155:** Giải phương trình: $\sin 2x + \sin x - \frac{1}{2\sin x} - \frac{1}{\sin 2x} = 2\cot 2x$

**Giải**

**(1)** $\Leftrightarrow \begin{cases} -\cos^2 2x - \cos x \cos 2x = 2\cos 2x \\ \sin 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$ cos2x = 0 $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$

**Bài 156:** Giải phương trình: $\frac{3\sin 2x - 2\sin x}{\sin 2x.\cos x} = 2$ (1)

**Giải**

**(1)** $\Leftrightarrow \begin{cases} 2(1-\cos x)\sin x(2\cos x - 1) = 0 \\ \sin x \neq 0,\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$ 2cosx – 1 = 0 $\Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$

**Bài 157:** Giải phương trình: $\cos 2x + 5 = 2(2 - \cos x)(\sin x - \cos x)$ (1)

**Giải**

**(1)** $\Leftrightarrow (\cos x - \sin x)^2 - 4(\cos x - \sin x) - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \vee x = \pi + k2\pi$

**Bài 158:** Tìm các nghiệm thực của phương trình sau thoả mãn $1 + \log_{\frac{1}{3}} x \geq 0$ :

$\sin x.\tan 2x + \sqrt{3}(\sin x - \sqrt{3}\tan 2x) = 3\sqrt{3}$

**Giải**

(2) $\Leftrightarrow (\sin x - 3)(\tan 2x + \sqrt{3}) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}; k \in Z$

Kết hợp với điều kiện ta được k = 1; 2 nên $x = \frac{\pi}{3}; x = \frac{5\pi}{6}$

**Bài 159:** Giải phương trình: $\cos 3x \cos^3 x - \sin 3x \sin^3 x = \frac{2 + 3\sqrt{2}}{8}$

**Giải**

(1) $\Leftrightarrow$ cos4x = $\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{2}$

**Bài 160:** Giải phương trình: 9sinx + 6cosx – 3sin2x + cos2x = 8



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

**Giải**

PT ⇔ (1– sinx)(6cosx + 2sinx – 7) = 0 ⇔ 1– sinx = 0 ⇔ $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$

**Bài 161:** Tìm nghiệm của phương trình: $\cos x+cos^2x+\sin^3x=2$ thoả mãn : $|x-1|<3$

**Giải**

PT ⇔ $(\cos x-1)(\cos x-\sin x-\sin x.\cos x+2)=0$ ⇔ $x=k2\pi$. Vì $|x-1|<3\Leftrightarrow -2<x<4$

nên nghiệm là: x = 0

**Bài 162:** Giải phương trình: $\frac{(\sin 2x-\sin x+4)\cos x-2}{2\sin x+\sqrt{3}}=0$

**Giải**

**Bài 163:** Giải phương trình: $|\sin x-\cos x|+4\sin 2x=1$.

**Giải**

PT ⇔ $\Leftrightarrow\begin{cases}(2\cos x-1)(\sin x\cos x+2)=0\\2\sin x+\sqrt{3}\neq 0\end{cases}$ ⇔ $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$

**Bài 164:** Giải phương trình: cos$^2$3x.cos2x – cos$^2$x = 0.

**Giải**

Đặt $t=|\sin x-\cos x|$, $t\geq 0$. PT ⇔ $4t^2-t-3=0$ ⇔ $x=k\frac{\pi}{2}$.

**Bài 165:** Giải phương trình. $\frac{3\sin 2x-2\sin x}{\sin 2x.\cos x}=2$

**Giải**

Dùng công thức hạ bậc. ĐS: $x=k\frac{\pi}{2}\ (k\in Z)$

**Bài 166:** Giải phương trình: $4\cos^4 x - \cos 2x - \frac{1}{2}\cos 4x + \cos\frac{3x}{4} = \frac{7}{2}$

**Giải**

PT $\Leftrightarrow \begin{cases} 2(1-\cos x)(\sin 2x - \sin x) = 0 \\ \sin x \neq 0,\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$

**Bài 167 :** Giải phương trình: $\frac{\cos^2 x.(\cos x - 1)}{\sin x + \cos x} = 2(1 + \sin x)$

**Giải**

PT $\Leftrightarrow \cos 2x + \cos\frac{3x}{4} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 1 \\ \cos\frac{3x}{4} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{m8\pi}{3} \end{cases} (k; m \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = 8n\pi$

**Bài 168:** Giải phương trình: $1 + \sin\frac{x}{2}\sin x - \cos\frac{x}{2}\sin^2 x = 2\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)$

**Giải**

PT $\Leftrightarrow \sin x\left(\sin\frac{x}{2} - 1\right)\left(2\sin^2\frac{x}{2} + 2\sin\frac{x}{2} + 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \pi + k4\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow x = k\pi$

**Bài 169:** Giải phương trình: $\frac{\sin^3 x.\sin 3x + \cos^3 x\cos 3x}{\tan\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)} = -\frac{1}{8}$

**Giải**

Điều kiện: $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \neq 0$

Ta có $\tan\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\cot\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = -1$

PT $\Leftrightarrow \sin^3 x.\sin 3x + \cos^3 x\cos 3x = \frac{1}{8}$

$\Leftrightarrow \frac{1 - \cos 2x}{2} \cdot \frac{\cos 2x - \cos 4x}{2} + \frac{1 + \cos 2x}{2} \cdot \frac{\cos 2x + \cos 4x}{2} = \frac{1}{8}$



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

$$\Leftrightarrow 2(\cos 2x+\cos 2x\cos 4x)=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \cos^3 2x=\frac{1}{8}\Leftrightarrow \cos 2x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k\pi \ \ (loaïi) \\ x=-\frac{\pi}{6}+k\pi \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi, (k\in\mathbb{Z})$

**Bài 170:** Giải phương trình: $\sin^3 x.(1+\cot x)+\cos^3 x(1+\tan x)=\sqrt{2\sin 2x}$.

**Giải**

ĐKXĐ: $x\neq\frac{k\pi}{2}$ sao cho $\sin 2x\geq 0$.

Khi đó, VT = $\sin^3 x+\cos^3 x+\sin^2 x\cos x+\cos^2 x\sin x$

$= (\sin x+\cos x)(\sin^2 x-\sin x\cos x+\cos^2 x)+\sin x\cos x(\sin x+\cos x) = \sin x+\cos x$

PT $\Leftrightarrow \sin x+\cos x=\sqrt{2\sin 2x}\Leftrightarrow \begin{cases}\sin x+\cos x\geq 0\\ (\sin x+\cos x)^2=2\sin 2x \quad (1)\end{cases}$

(1) $\Leftrightarrow 1+\sin 2x=2\sin 2x\Leftrightarrow \sin 2x=1(>0) \Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+2k\pi\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi$

Để thoả mãn điều kiện $\sin x+\cos x\geq 0$, các nghiệm chỉ có thể là: $x=\frac{\pi}{4}+2k\pi$

**Bài 171:** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số: y = $\frac{\cos x}{\sin^2 x(2\cos x-\sin x)}$ với 0 < x ≤ $\frac{\pi}{3}$.

**Giải**

Với $0<x\leq\frac{\pi}{3}$ thì $0<\tan x\leq\sqrt{3}$ và $\sin x\neq 0, \cos x\neq 0,\ 2\cos x-\sin x\neq 0$

- $y=\dfrac{\frac{\cos x}{\cos^3 x}}{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}.\frac{2\cos x-\sin x}{\cos x}}=\dfrac{1+\tan^2 x}{\tan^2 x(2-\tan x)}=\dfrac{1+\tan^2 x}{2\tan^2 x-\tan^3 x}$

- Đặt: $t=\tan x;\ 0<t\leq\sqrt{3} \ \Rightarrow\ y=f(t)=\frac{1+t^2}{2t^2-t^3};\ 0<t\leq\sqrt{3}$

$f'(t)=\dfrac{t^4+3t^2-4t}{(2t^2-t^3)^2}=\dfrac{t(t^3+3t-4)}{(2t^2-t^3)^2}=\dfrac{t(t-1)(t^2+t+4)}{(2t^2-t^3)^2}\Leftrightarrow f'(t)=0\Leftrightarrow (t=0\vee t=1).$

- Từ BBT ta có: $\min f(t)=2 \Leftrightarrow t=1 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}$. Vậy: $\underset{\left(0;\frac{\pi}{3}\right]}{miny}=2\ khi\ x=\frac{\pi}{4}$.

**Bài 172:** Giải phương trình: $\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)=\sin 2x\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$.

**Giải**

PT $\Leftrightarrow$ $\sin 3x-\cos 3x=\sin 2x(\sin x+\cos x)$

$$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)(\sin 2x-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x+\cos x=0\\ \sin 2x-1=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x=-1\\ \sin 2x=1\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\frac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi$$

**Bài 173:** Giải phương trình: $\cos^2x+\cos x+\sin^3x=0$

**Giải**

PT $\Leftrightarrow$ $\cos x(1+\cos x)+8\sin^3\frac{x}{2}\cos^3\frac{x}{2}=0 \Leftrightarrow 2\cos^2\frac{x}{2}\left[\cos x+(1-\cos x)\sin x\right]=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos\frac{x}{2}=0\\ \sin x+\cos x-\sin x.\cos x=0\end{array}\right.$$

**Bài 174:** Giải phương trình: $\cos 3x-\cos 2x+\cos x=\frac{1}{2}$

**Giải**

- Nếu $\cos\frac{x}{2}=0 \Leftrightarrow x=\pi+k2\pi, k\in Z$, phương trình vô nghiệm.

- Nếu $\cos\frac{x}{2}\neq 0 \Leftrightarrow x\neq \pi+k2\pi, k\in Z$, nhân hai vế phương trình cho $2\cos\frac{x}{2}$ ta được:

$$2\cos\frac{x}{2}\cos 3x-2\cos\frac{x}{2}\cos 2x+2\cos\frac{x}{2}\cos x=\cos\frac{x}{2} \xleftrightarrow{\text{tích thành tổng}} \cos\frac{7x}{2}=0$$

$\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{7}+k\frac{2\pi}{7}, k\in\mathbb{Z}$, đối chiếu điều kiện: $k\neq 3+7m$, $m\in Z$ .

**Bài 175:** Tìm tổng tất cả các nghiệm x thuộc [ 2; 40] của phương trình: sinx – cos2x = 0.


**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

**Giải**

Ta có: sinx – cos2x = 0 ⇔ $2\sin^2x$ + sinx –1 = 0 ⇔ $x=\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3},k\in\mathbb{Z}$.

Vì x ∈[ 2; 40] nên $2\le\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3}\le 40\Rightarrow\frac{3}{2\pi}\left(2-\frac{\pi}{6}\right)\le k\le\frac{3}{2\pi}\left(40-\frac{\pi}{6}\right)$

⇒ 0,7 ≤ k ≤ 18,8 ⇒ k $\in\{1,2,3,...,18\}$.

Gọi S là tổng các nghiệm thoả YCBT: S = $18.\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi}{3}(1+2+3+...+18)=117\pi$.

2) Điều kiện: $1<x<3$. PT ⇔ $\begin{cases}\log_2(x+1)+\log_2(3-x)-\log_2(x-1)=0\\1<x<3\end{cases}$

⇔ $(x+1)(3-x)=x-1\Leftrightarrow x^2+x-4=0\Leftrightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{17}}{2}$ (tmđk)

**Bài 176:** Giải phương trình: $\tan\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\tan\left(x+\frac{\pi}{3}\right).\sin 3x=\sin x+\sin 2x$

**Giải**

Điều kiện: $\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right).\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\neq 0$

PT $\Rightarrow\frac{\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)}{\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)}\sin 3x=\sin x+\sin 2x$ ⇒ – sin3x = sinx + sin2x

⇔ sin2x(2cosx + 1) = 0 ⇔ $\left[\begin{array}{l}\sin 2x=0\\\cos x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{k\pi}{2}\\x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện, nghiệm của phương trình là: $\left[\begin{array}{l}x=\frac{k\pi}{2}\\x=-\frac{2\pi}{3}+2k\pi\end{array}\right.$

**Bài 177 :** Giải phương trình :

$$2\cos x+\frac{1}{3}\cos^2(x+3\pi)=\frac{8}{3}+\sin 2(x-\pi)+3\cos\left(x+\frac{21\pi}{2}\right)+\frac{1}{3}\sin^2x.$$

**Giải**

PT ⇔ $(1-\sin x)(6\cos x+\sin x-8)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-\sin x=0\\6\cos x+\sin x-8=0\end{array}\right.\Leftrightarrow 1-\sin x=0$

**Bài 178:** Giải phương trình: $\sin 2x+\sin x-\frac{1}{2\sin x}-\frac{1}{\sin 2x}=2\cot 2x$

**Giải**

PT $\Leftrightarrow -\cos^2 2x-\cos x\cos 2x=2\cos 2x$ và $\sin 2x\neq 0$

$\Leftrightarrow \cos 2x=0 \vee 2\cos^2 x+\cos x+1=0 (VN) \Leftrightarrow \cos 2x=0 \Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+k\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$

**Bài 179:** Giải phương trình: $\frac{\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)}{\cos x}(1+\sin 2x)=1+\tan x$

**Giải**

Điều kiện $\cos x\neq 0\Leftrightarrow x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Ta có PT $\Leftrightarrow \frac{\cos x-\sin x}{\cos x}(\cos x+\sin x)^2=\frac{\cos x+\sin x}{\cos x} \Leftrightarrow (\cos x+\sin x)(\cos 2x-1)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x+\sin x=0\\ \cos 2x-1=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{4}+m\pi\\ x=m\pi\end{array}\right., m\in\mathbb{Z}$.

**Bài 180:** Giải phương trình: $\tan^2 x-\tan^2 x.\sin^3 x+\cos^3 x-1=0$

**Giải**

ĐK: $x\neq\frac{\pi}{2}=k\pi$. PT $\Leftrightarrow \tan^2 x(1-\sin^3 x)-(1-\cos^3 x)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (1-\cos x)(1-\sin x)(\sin x-\cos x)(\sin x+\cos x+\sin x\cos x)=0$

$\Leftrightarrow x=k2\pi;\ x=\frac{\pi}{4}+k\pi;\ x=\frac{\pi}{4}+\alpha+k2\pi;\ x=\frac{\pi}{4}-\alpha+k2\pi$

**Bài 181:** Giải phương trình: $2\cos 3x+\sqrt{3}\sin x+\cos x=0$

**Giải**

PT $\Leftrightarrow \cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=-\cos 3x \Leftrightarrow \cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=\cos(\pi-3x) \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2}$

**Bài 182:** Giải phương trình: $\frac{\sin^6 x+\cos^6 x}{\cos^2 x-\sin^2 x}=\frac{1}{4}\tan 2x$

**Giải**

Điều kiện: cos2x $\neq 0$ $\Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}\ (k\in\mathbb{Z})$

PT $\Rightarrow 1-\frac{3}{4}\sin^2 2x=\frac{1}{4}\sin 2x$ $\Rightarrow 3\sin^2 2x + \sin 2x - 4 = 0$

$\Rightarrow \sin 2x = 1 \Rightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi$ ( không thoả). Vậy phương trình vô nghiệm.

**Bài 183:** Giải phương trình: $\cos 3x\cos^3 x - \sin 3x\sin^3 x = \frac{2+3\sqrt{2}}{8}$

**Giải**

PT $\Leftrightarrow \cos 4x=\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{16}+k\frac{\pi}{2}, k\in Z$

**Bài 184:** Giải phương trình : $\cos^3 x\cos 3x+\sin^3 x\sin 3x=\frac{\sqrt{2}}{4}$

**Giải**

PT $\Leftrightarrow \cos 2x=\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{8}+k\pi\ (k\in Z)$

**Bài 185:** Giải phương trình: $\cot x+\sqrt{3+\tan x+2\cot 2x}=3$.

**Giải**

Điều kiện: $\sin x\cos x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq k\frac{\pi}{2}$.

Ta có: $2\cot 2x=2\frac{\cos 2x}{\sin 2x}=2\frac{\cos^2 x-\sin^2 x}{2\sin x\cos x}=\cot x-\tan x$.

PT $\Leftrightarrow \sqrt{3+\cot x}=3-\cot x \Leftrightarrow \begin{cases}\cot x\leq 3\\ \cot^2 x-7\cot x+6=0\end{cases} \Leftrightarrow \cot x=1 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

**Bài 186:** Giải phương trình: $2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-3x\right)-4\cos 4x-15\sin 2x=21$

**Giải**

$$\text{PT} \Leftrightarrow \sin^3 2x - 2\sin^2 2x + 3\sin 2x + 6 = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$$

**Bài 187:** Giải phương trình: $(1-4\sin^2 x)\sin 3x = \frac{1}{2}$

**Giải**

Nhận xét: cosx = 0 không phải là nghiệm của PT. Nhân 2 vế của PT với cosx, ta được:

$$\text{PT} \Leftrightarrow 2\sin 3x(4\cos^3 x - 3\cos x) = \cos x \Leftrightarrow 2\sin 3x.\cos 3x = \cos x$$

$$\Leftrightarrow \sin 6x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7} \vee x = \frac{\pi}{10} + \frac{k2\pi}{5}$$

**Bài 188:** Giải phương trình: $\sin x + \frac{1}{2}\sin 2x = 1 + \cos x + \cos^2 x$

**Giải**

$$\text{PT} \Leftrightarrow (\sin x - 1)(\sin x + \cos x + 2) = 0 \Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$$

**Bài 189:** Giải phương trình: $\frac{3\sin x + 3\tan x}{\tan x - \sin x} - 2\cos x = 2$

**Giải**

Điều kiện: $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases}$. PT $\Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi$.

**Bài 190:** Giải phương trình: $\frac{1}{\tan x + \cot 2x} = \frac{\sqrt{2}(\cos x - \sin x)}{\cot x - 1}$

**Giải**

Điều kiện: $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \\ \cot x \neq 1 \end{cases}$. PT $\Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$.

**Bài 191:** Giải phương trình: $\sin 3x - 3\sin 2x - \cos 2x + 3\sin x + 3\cos x - 2 = 0$

**Giải**

$\sin 3x - 3\sin 2x - \cos 2x + 3\sin x + 3\cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow$

$(\sin 3x + \sin x) + 2\sin x - 3\sin 2x - (\cos 2x + 2 - 3\cos x) = 0$

$\Leftrightarrow 2\sin 2x.\cos x + 2\sin x - 6.\sin x.\cos x - (2\cos^2 x - 3\cos x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow 2\sin x\cos^2 x + 2\sin x - 6\sin x\cos x - (2\cos^2 x - 3\cos x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow (2\sin x - 1)(2\cos^2 x - 3\cos x + 1) = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2}, \cos x = 1, \cos x = \frac{1}{2}$

**+)** $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$

**+)** $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$

**+)** $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$

**KL:** Vậy phương trình có 5 họ nghiệm như trên.

**Bài 192:** Giải phương trình: $\frac{(2\sin x + 1)(3\cos 4x + 2\sin x) + 4\cos^2 x + 1}{1 + \sin x} = 8 \quad (x \in \mathbb{R})$

**Giải**

$$\frac{(2\sin x + 1)(3\cos 4x + 2\sin x) + 4\cos^2 x + 1}{1 + \sin x} = 8 \qquad (1)$$

Đk: $1 + \sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{-\pi}{2} + l2\pi, l \in \mathbb{Z} \qquad (*)$

$\text{PT}(1) \Leftrightarrow (2\sin x + 1)(3\cos 4x + 2\sin x) + 4\cos^2 x + 1 = 8 + 8\sin x$

$\Leftrightarrow (2\sin x + 1)(3\cos 4x + 2\sin x) = 4\sin^2 x + 8\sin x + 3$

$\Leftrightarrow (2\sin x + 1)(3\cos 4x + 2\sin x) = (2\sin x + 1)(2\sin x + 3)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\sin x + 1 = 0 \\ \cos 4x = 1 \end{array}\right.$

- Với $2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$
- Với $\cos 4x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}$

Kết hợp với điều kiện $(*)$ $\text{PT}(1)$ có các nghiệm $x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}$

$x = k\pi, \ k \in \mathbb{Z}$



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

**Bài 193:** Giải phương trình sau:

$$4\sin^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)+\cos(3x+2013\pi)-2\sin\left(\frac{5\pi}{2}-2x\right)=2+\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$$

**Giải**

PT $\Leftrightarrow 4\cos^2x-\cos3x-2\cos2x=2-\cos x$

$\Leftrightarrow \cos3x=\cos x$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3x=x+k2\pi\\3x=-x+k2\pi\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow x=k\frac{\pi}{2}$ .

**Bài 194:** Giải phương trình: $\cos 2x+\frac{\sin 3x-\cos 3x}{2\sin 2x-1}=\sin x(1+\tan x)$.

**Giải**

Đk $\begin{cases}\sin 2x\neq\frac{1}{2}\\ \cos x\neq 0\end{cases}$ (*). Với đk (*) phương trình đã cho tương đương:

$\cos 2x+\frac{3\sin x-4\sin^3x-4\cos^3x+3\cos x}{2\sin 2x-1}=\sin(1+\tan x)$

$\Leftrightarrow \cos^2x-\sin^2x+\frac{(\sin x+\cos x)(2\sin 2x-1)}{2\sin 2x-1}=\frac{\sin x(\sin x+\cos x)}{\cos x}$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}\sin x+\cos x=0 & (1)\\ \cos x-\sin x+1=\frac{\sin x}{\cos x} & (2)\end{array}\right.$

$(1)\Leftrightarrow \tan x=-1\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

$(2)\Leftrightarrow(\cos x-\sin x)(1+\cos x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x-\sin x=0\\1+\cos x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan x=1\\ \cos x=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\x=\pi+k2\pi\end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$

So với đk (*) suy ra các họ nghiệm của pt là: $x=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi, x=\pi+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$

**Bài 195:** Giải phương trình $\tan(x+\frac{\pi}{6}).\tan(x-\frac{\pi}{6})=2\cos2x-1$.

**Giải**



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email:** caotua5lg3@gmail.com

ĐK: $\begin{cases} \cos(x+\frac{\pi}{6}) \neq 0 \\ \cos(x-\frac{\pi}{6}) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+\frac{\pi}{6}) \neq \frac{\pi}{2}+k\pi \\ (x-\frac{\pi}{6}) \neq \frac{\pi}{2}+k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{3}+k\pi \\ x \neq \frac{2\pi}{3}+k\pi \end{cases}$

Ta có:

$$VT = \frac{\sin(x+\frac{\pi}{6}).\sin(x-\frac{\pi}{6})}{\cos(x+\frac{\pi}{6}).\cos(x-\frac{\pi}{6})} = \frac{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\cos 2x}{\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{4}} = \frac{1-2\cos 2x}{2\cos 2x+1}$$

Vậy $PT \Leftrightarrow (1-2\cos 2x)(2\cos 2x+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x = \frac{1}{2} \\ \text{cos2x=-1} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \pm\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ \text{2x=}\pi+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\frac{\pi}{6}+k\pi \\ \text{x=}\frac{\pi}{2}+k\pi \end{array}\right.$

Đối chiếu đk ta có: $x = \pm\frac{\pi}{6}+k\pi; \text{x=}\frac{\pi}{2}+k\pi$ là các họ nghiệm của phương trình

**Bài 196:** Giải phương trình $2\cos^2 x+2\sqrt{3}\sin x\cos x+1=3(\sin x+\sqrt{3}\cos x)$.

**Giải**

$2\cos^2 x+2\sqrt{3}\sin x\cos x+1=3(\sin x+\sqrt{3}\cos x) \Leftrightarrow (\sin x+\sqrt{3}\cos x)^2-3(\sin x+\sqrt{3}\cos x)=0$

$\Leftrightarrow \sin x+\sqrt{3}\cos x=0 \vee \sin x+\sqrt{3}\cos x=3$ (1)

Phương trình $\sin x+\sqrt{3}\cos x=3$ vô nghiệm vì $1^2+(\sqrt{3})^2<3^2$

Nên (1) $\Leftrightarrow \tan x=-\sqrt{3} \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{3}+k\pi \quad (k\in\mathbb{Z})$. Vậy, PT có nghiệm là: $x=-\frac{\pi}{3}+k\pi \quad (k\in\mathbb{Z})$.

**Bài 197:** Giải phương trình $\sqrt{3}\sin x - 3\cos x - 2 = \cos 2x - \sqrt{3}\sin 2x$

**Giải**

$\sqrt{3}\sin x - 3\cos x - 2 = \cos 2x - \sqrt{3}\sin 2x$ (1) (1) $\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin x(2\cos x + 1) = 2\cos^2 x + 3\cos x + 1$

$\Leftrightarrow (2\cos x + 1)(\cos x - \sqrt{3}\sin x + 1) = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2}$ hoặc $\cos x - \sqrt{3}\sin x + 1 = 0$ (1')

* $\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi$

(1') $\Leftrightarrow \cos(x + \frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ hoặc $x = -\pi + k2\pi$

**Bài 198:** Giải phương trình : $\frac{\sin^4 x+\cos^4 x}{\sin 2x} = \frac{1}{2}(\tan x+\cot x)$

**Giải**

$$\frac{\sin^4 x+\cos^4 x}{\sin 2x}=\frac{1}{2}\left(\tan x+\cot x\right)\ (1)$$

Điều kiện: $\sin 2x\neq 0$

$$(1)\Leftrightarrow \frac{1-\frac{1}{2}\sin^2 2x}{\sin 2x}=\frac{1}{2}\left(\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{\sin x}\right)\Leftrightarrow \frac{1-\frac{1}{2}\sin^2 2x}{\sin 2x}=\frac{1}{\sin 2x}\Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}\sin^2 2x=1\quad\Leftrightarrow \sin 2x=0$$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

**Bài 199:** Giải phương trình: $2\cos 6x+2\cos 4x-\sqrt{3}\cos 2x=\sin 2x+\sqrt{3}$

**Giải**

$$2\cos 6x+2\cos 4x-\sqrt{3}\cos 2x=\sin 2x+\sqrt{3}\Leftrightarrow 4\cos 5x\cos x=2\sin x\cos x+2\sqrt{3}\cos^2 x$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ 2\cos 5x=\sin x+\sqrt{3}\cos x\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \cos 5x=\cos(x-\frac{\pi}{6})\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k\pi\\ x=-\frac{\pi}{24}+\frac{k\pi}{2}\\ x=\frac{\pi}{36}+\frac{k\pi}{3}\end{array}\right.$$

**Bài 200:** Giải phương trình : $\cos^2\left(\frac{\pi}{3}+x\right)+\cos^2\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=\frac{4-\sin x}{2}$

**Giải**

Ta có: $\cos^2\left(\frac{\pi}{3}+x\right)+\cos^2\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=\frac{4-\sin x}{2}\Leftrightarrow \frac{1+\cos\left(\frac{2\pi}{3}+2x\right)}{2}+\frac{1+\cos\left(\frac{2\pi}{3}-2x\right)}{2}=\frac{4-\sin x}{2}$

$$\Leftrightarrow \sin x-2+\cos\left(\frac{2\pi}{3}+2x\right)+\cos\left(\frac{2\pi}{3}-2x\right)=0\Leftrightarrow \sin x-2+2\cos\frac{2\pi}{3}\cos 2x=0$$

$$\Leftrightarrow \sin x-2-\cos 2x=0\Leftrightarrow 2\sin^2 x+\sin x-3=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=1\\ \sin x=-\frac{3}{2}(VN)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\quad (k\in Z)$$



**Chủ biên: Cao Văn Tú** **Email: caotua5lg3@gmail.com**

- ***Tài liệu do tập thể tác giả biên soạn:***
  8. ***Cao Văn Tú – CN.Mảng Toán – Khoa CNTT – Trường ĐH CNTT&TT Thái Nguyên (Chủ biên)***
  9. ***Cô Trần Thị Ngọc Loan – CLB Gia Sư Thái Nguyên(Đồng chủ biên).***
  10. ***Thầy Vũ Khắc Mạnh – CLB Gia sư Bắc Giang (Tư vấn).***
  11. ***Nguyễn Thị Kiều Trang – SV Khoa Toán – Trường ĐHSP Thái Nguyên.***
  12. ***Nguyễn Trường Giang – Khoa CNTT – Trường ĐH CNTT&TT Thái Nguyên.***
  13. ***Lý Thị Thanh Nga – SVNC – Khoa Toán – Trường ĐH SP Thái Nguyên.***
  14. ***Ngô Thị Lý – Khoa CNTT – Trường ĐH CNTT&TT Thái Nguyên.***

- ***Tài liệu được lưu hành nội bộ - Nghiêm cấm sao chép dưới mọi hình thức.***
- ***Nếu chưa được sự đồng ý của ban Biên soạn mà tự động post tài liệu thì đều được coi là vi phạm nội quy của nhóm.***
- ***Tài liệu đã được bổ sung và chỉnh lý lần thứ 2.***

**Tuy nhóm Biên soạn đã cố gắng hết sức nhưng cũng không thể tránh khỏi sự sai xót nhất định.**

**Rất mong các bạn có thể phản hồi những chỗ sai xót về địa chỉ email: caotua5lg3@gmail.com !**
**Xin chân thành cám ơn!!!**

***Chúc các bạn học tập và ôn thi thật tốt!!!***

***Thái Nguyên, tháng 07năm 2014***

***Trưởng nhóm Biên soạn***

***Cao Văn Tú***